



*Universidad Nacional del Nordeste*  
*Facultad de Ciencias Exactas y*  
*Naturales y Agrimensura*

2018- AÑO DEL CENTENARIO DE LA  
REFORMA UNIVERSITARIA

RESOLUCION N°

0270 18

CORRIENTES,

26 ABR 2018

**VISTO** el Expte. N° 09-2018-02089 elevado por el Dr. **Rubén A. CERUTTI**, por el cual solicita la aprobación del **Curso de Posgrado "FUNCIONES ESPECIALES Y CÁLCULO FRACCIONARIO"** y,

**CONSIDERANDO**

**QUE** el curso está destinado a Licenciados en Matemática, Licenciados en Física, Profesores de Matemáticas, Profesores de Física e Ingenieros.

**QUE** el Profesor Dictante: **Dr. Rubén Alejandro Cerutti**, cuenta con experiencia en el tema como se desprende de su currículum vitae.

**QUE** la coordinación del curso estará a cargo del **Dr. Rubén Alejandro Cerutti**.

**QUE** se establece para su dictado un cupo mínimo de 1 (uno) y sin máximo de participantes.

**QUE** la fuente de financiamiento será a través del pago de un arancel de \$1.000 (pesos mil).

**QUE** la carga horaria total es de 150 horas, divididas en 40 horas de actividades presenciales, y 110 horas de actividades no presenciales.

**QUE** se dictará desde el 23 de abril al 11 de mayo de 2018.

**QUE** en la sesión del día 26/04/18 este Cuerpo resolvió autorizar el presente expediente y hacer lugar a lo solicitado;

**POR ELLO:**

**EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE  
CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES Y AGRIMENSURA  
RESUELVE:**

**ARTICULO 1º) AUTORIZAR** el dictado del **Curso de Posgrado "FUNCIONES ESPECIALES Y CÁLCULO FRACCIONARIO"**, de 150 horas, con el **Dr. Rubén CERUTTI** como profesor dictante y coordinador, y cuyo programa obra en el ANEXO I de la presente.

**ARTÍCULO 2º) AUTORIZAR** el cobro de un arancel de \$1.000 (pesos mil) para asistentes interesados.-

ES COPIA



Universidad Nacional del Nordeste  
Facultad de Ciencias Exactas y  
Naturales y Agrimensura

2018- AÑO DEL CENTENARIO DE LA  
REFORMA UNIVERSITARIA

RESOLUCION N°: 0270 183  
CORRIENTES, 26 ABR 2018

**ARTÍCULO 3º) EMITIR** los respectivos certificados de aprobación a los asistentes que hayan cumplimentado con las diferentes actividades exigidas en el presente cursos.-

**ARTÍCULO 4º) REMITIR** las presentes actuaciones la Secretaría de Investigación y Posgrado.-

**ARTÍCULO 5º) REGISTRESE,** comuníquese y archívese.-

Dra. Laura C. Letva de Vita  
Secretaria de Invest. y Postgrado  
F.A.C.E.N.A.

Dra. Lidia I. Ferraro  
DECANA  
F.A.C.E.N.A.



Enrique de Jesus Navarro  
Jefe Departamento Despacho  
F.A.C.E.N.A. - U.N.E.



Universidad Nacional del Nordeste  
Facultad de Ciencias Exactas y  
Naturales y Agrimensura

2018- AÑO DEL CENTENARIO DE LA  
REFORMA UNIVERSITARIA

RESOLUCION N°: 0270 18  
CORRIENTES, 26 ABR 2018

## ANEXO I

### A.- DATOS GENERALES DEL CURSO:

#### 1. Denominación del Curso:

Consignar el nombre del Curso

Funciones Especiales y Cálculo Fraccionario

#### 2. Unidad Académica Responsable:

Consignar la/s Facultades responsables del dictado del Curso

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura - UNNE

#### 3. Duración:

Consignar la duración en meses, semanas o días

Cuatro (4) semanas en total.

#### 4. Carga horaria:

Consignar la carga horaria presencial discriminada por: horas teóricas, teórico-prácticas, prácticas.

*Se recuerda que la carga horaria mínima de estos cursos es de 30 horas presenciales y una máxima de 150 horas presenciales, con evaluación final.*

En total 150 horas de las cuales 40 horas son de actividades presenciales y 110 horas de actividades no presenciales.

#### 5. Destinatarios del curso:

Consignar a quiénes está dirigido el Curso. Sólo podrán realizar Cursos de Postgrado quienes posean Título de Grado Universitario.

Licenciados en Matemática. Licenciados en Física. Profesores de Matemática, Profesores de Física. Ingenieros.

#### 6. Cupo:

Se debe especificar cupo máximo y mínimo.

Cupo Mínimo: 1 Inscripto. Cupo Máximo: No Tiene.

LL/ABR

ES COPIA



Universidad Nacional del Nordeste  
Facultad de Ciencias Exactas y  
Naturales y Agrimensura

2018- AÑO DEL CENTENARIO DE LA  
REFORMA UNIVERSITARIA

RESOLUCION N°:

0270

18

CORRIENTES,

26 ABR 2018

**7. Certificaciones a otorgar:**

Sólo se otorgará certificación de aprobación del Curso. Los certificados se expedirán conforme al formato vigente, según Anexo II.

Certificados de Aprobación

**8. Docentes a cargo (adjuntar curriculum):**

Señalar Nombres y Apellidos de los docentes a cargo del Curso, y funciones que cumplirán dentro del equipo, por ejemplo: Director, Coordinador, Profesor Dictante, Tutor, etc.

Dr. Ruben Alejandro Cerutti, Profesor Dictante y Coordinador

**9. Fuente/s de financiamiento:**

Consignar con qué recursos se financiará el Curso.

Arancel de \$1000 (Mil Pesos)

**B.- PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA DEL CURSO:**

**I. Fundamentación:**

Referirse brevemente a la necesidad que dio origen a la propuesta, qué demanda se estaría atendiendo con su dictado, a qué rama del saber se aporta, etc.

Como es bien sabido, el cálculo fraccionario es el área de la matemática que trata de derivadas e integrales de órdenes arbitrarios.

Es un campo de investigación que tuvo su origen en la misma época del surgimiento del cálculo clásico e interés a los mismos protagonistas. Desde entonces interés a gran número de matemáticos, pero fue recién a finales del siglo xx que logró un gran desarrollo que se aceleró en los años del presente siglo xxi por la variedad de aplicaciones de este nuevo cálculo, especialmente en la física y en la ingeniería.

Directamente relacionadas con el cálculo fraccionario están las llamadas funciones especiales como ser las funciones de tipo Mittag-Lieffler importantes en la solución de ecuaciones diferenciales fraccionarias. Ése tipo de funciones son el objeto central de estudio del presente curso y su aplicabilidad se verá en la unidad 3.

ES COPIA



Universidad Nacional del Nordeste  
Facultad de Ciencias Exactas y  
Naturales y Agrimensura

2018- AÑO DEL CENTENARIO DE LA  
REFORMA UNIVERSITARIA

RESOLUCION N°: 0270  
CORRIENTES, 26 ABR 2018

## 2. Objetivos del Curso:

Señalar qué objetivos se persiguen con el dictado del Curso. En un punto aparte se puede hacer referencia a los **objetivos de aprendizaje** del Curso, es decir qué conocimientos lograrán los participantes del mismo.

Contribuir a la formación de recursos humanos capaces de realizar tareas de investigación en el área de Análisis Funcional, particularmente en Calculo Fraccionario y sus aplicaciones en las cuales las llamadas Funciones Especiales juegan un rol muy importante.

## 3. Contenidos:

Indicar los contenidos mínimos que se desarrollarán durante el curso, según el criterio de organización adoptado. ejemplo: unidades, módulos, etc.

Recordar:

- que la cantidad de contenido debe ser acorde a las horas de dictado,
- que estos cursos deben atender a contenidos relevantes para una formación de Postgrado,
- que este punto se refiere a los contenidos seleccionados y organizados curricularmente, no a un listado minucioso de temas.

**Unidad 1.** Elementos de Cálculo Fraccionario. Breve introducción histórica. Principales formulaciones de integrales y de derivadas fraccionarias: Riemann- Liouville, Liouville- Weyl, Riez y Grundwal- Letnikov. La derivada fraccionaria de Caputo. Derivadas fraccionarias sin núcleos singulares: de Caputo – Fabrizio. de Atangana- Baleanu. Análisis crítico de estas definiciones según el criterio de según el criterio de Ortigueira y Tenreiro Machado.

**Unidad 2.** Función Gamma, Función Beta. Función de Mittag- Leffler. Casos especiales. Propiedades básicas. Relaciones funcionales. Funciones de tipo Mittag- Leffler. Operadores fraccionarios y funciones de tipo Mittag- Leffler. Funciones fraccionarias exponenciales, Funciones fraccionarias trigonométricas, Funciones fraccionarias hiperbolicas. La función de Wright. Funciones de Bessel y algunas de sus generalizaciones. La función de Wright como generalización de funciones de Bessel. Series M y función K. Cálculo fraccionario de las funciones de Wright, de Bessel, de las series M y de las funciones K.

**Unidad 3.** Algunas aplicaciones de la Funcion de Mittag- Leffler: ecuación cinética, ecuación de difusión fraccionaria en el tiempo, ecuación de difusión fraccionaria en el espacio.

## 4. Metodología de enseñanza:

Consignar las estrategias de enseñanza que se priorizarán en el dictado del curso, por ejemplo: taller, clases teóricas, trabajos prácticos de laboratorio, tutorías, trabajos de campo, elaboración de informes y monografías, trabajos grupales, etc.

Las clases serán teóricas y teórico-prácticas presenciales.  
La actividad en las horas no presenciales consistirá en la resolución de ejercicios propuestos durante el dictado de las clases que deberán ser presentados para su aprobación.

11. ABR

ES COPIA



Universidad Nacional del Nordeste  
 Facultad de Ciencias Exactas y  
 Naturales y Agrimensura

2018- AÑO DEL CENTENARIO DE LA  
 REFORMA UNIVERSITARIA

RESOLUCION N° 0270 18  
 CORRIENTES, 26 ABR 2018

**5. Instancias de evaluación durante el curso:**

Detallar en que consistirá la evaluación de los aprendizajes del alumno, por ejemplo evaluación de trabajos prácticos individuales o grupales, exámenes escritos, evaluaciones orales, monografías. Consignar la cantidad y frecuencia de las evaluaciones y si se prevén instancias de recuperación.

Las clases serán teóricas y teórico-prácticas presenciales.  
 La actividad en las horas no presenciales consistirá en la resolución de ejercicios propuestos durante el dictado de las clases que deberán ser presentados para su aprobación

**6. Requisitos de aprobación del curso:**

Enumerar cuáles serán las exigencias para otorgar la aprobación del Curso, además de cumplir con las evaluaciones anteriormente mencionadas, por ejemplo asistencia, pago de arancel, etc.

Evaluación continua y una vez finalizadas las clases presenciales y terminadas las actividades no presenciales se realizara una evaluación integral que consistirá en una exposición sobre los temas desarrollados en el curso.

**7. Cronograma estimativo:**

En este punto consignar cómo se distribuirán las horas de dictado del curso, en el tiempo de duración establecido. Se puede completar el siguiente cuadro consignando la fecha de los días de semana en que se dictará el curso y la cantidad de horas por día, según los meses de duración.

Meses	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábados
<b>ABRIL</b>	<b>23/04</b> De 8 a 12 y de 16 a 20	<b>24/04</b> - De 8 a 12 y de 16 a 20	<b>25/04</b> De 8 a 12 y de 16 a 20	<b>26/04</b> De 8 a 12 y de 16 a 20	<b>27/04</b> De 8 a 12 y de 16 a 20	
<b>MAYO</b>	<b>30/04</b> Estudio independiente	<b>01/05</b> Estudio independiente	<b>02/05</b> Estudio independiente	<b>03/05</b> Estudio independiente	<b>04/05</b> Estudio independiente	
<b>MAYO.</b>	<b>07/05</b> Estudio independiente	<b>08/05</b> Estudio independiente	<b>09/05</b> Estudio independiente	<b>10/05</b> Estudio independiente	<b>11/05</b> Estudio independiente	

**8. Infraestructura y equipamiento necesarios:**

Consignar las instalaciones y recursos materiales necesarios para el dictado del Curso.

Aula y pizarrón.

*[Handwritten signatures]*

ES COPIA



Universidad Nacional del Nordeste  
Facultad de Ciencias Exactas y  
Naturales y Agrimensura

2018- AÑO DEL CENTENARIO DE LA  
REFORMA UNIVERSITARIA

RESOLUCION N°: 0270  
CORRIENTES, 26 ABR 2018

### 9. Bibliografía básica:

Enumerar los textos básicos que serán manejados total o parcialmente durante el curso, que den cuenta del enfoque adoptado y su actualización.

- [1] A Atangana, D Baleanu. New fractional derivatives with nonlocal and non-singular kernel: theory and application to heat transfer model- arXiv preprint arXiv:1602.03408, 2016 - arxiv.org
- [2] P. Butzer; U. Westphal. An introduction to fractional Calculus. In Fractional Calculus in Physics. Hilfer. Ed. World Scientific. 2000.
- [3] M Caputo, M Fabrizio. A new definition of fractional derivative without singular kernel. Progr. Fract. Differ. Appl. 1, No. 2, 73-85 (2015).
- [4] R.A. Cerutti. On the k-Bessel functions. International Mathematical Forum, Vol. 7, 2012, no. 38, 1851 – 1857.
- [5] R.A. Cerutti, L.L. Luque. k-Fractional Trigonometric Functions. International Journal of Contemporary Mathematical Sciences Vol. 9, 2014, no. 12, 569 - 578 HIKARI Ltd, www.m-hikari.com <http://dx.doi.org/10.12988/ijcms.2014.4885>.
- [6] R.A. Cerutti. The k-fractional logistic equation with k-Caputo derivative. Pure Mathematical Sciences, Vol. 4, 2015, no. 1, 9 - 15 HIKARI Ltd, www.m-hikari.com <http://dx.doi.org/10.12988/pms.2015.4818>.
- [7] R.A. Cerutti. Nonlinear Analysis and Differential Equations, Vol. 4, 2016, no. 10, 455 - 465 HIKARI Ltd, www.m-hikari.com <http://dx.doi.org/10.12988/nade.2016.6748>.
- [8] R.A. Cerutti, LL Luque, GA Dorrego. On the p-k-Mittag-Leffler Function. Applied Mathematical Sciences, Vol. 11, 2017, no. 51, 2541 - 2560 HIKARI Ltd, www.m-hikari.com <https://doi.org/10.12988/ams.2017.78261>.
- [9] A. Chaurasia and S.C. Pandey. On the fractional calculus of generalized Mittag-Leffler function V.B.L. Scientia Series A: Mathematical Sciences, Vol. 20 (2010), 113–122.
- [10] V. Ciancio and B. F. F. Flora, "Technical note on a new definition of fractional derivative," Progr. Fract. Differ. Appl., vol. 3, pp. 233-235, 2017.
- [11] L Debnath, Recent applications of fractional calculus to science and engineering. IJMMS.vol 54.2003.
- [12] R. Díaz, E. Pariguan. On hypergeometric functions and k-Pochhammer symbol, Divulg. Mat., 15:2 (2007) 179–192.
- [13] K. Diethelm. The Análisis of Fractional Differential Equations. Springer. 2004.
- [14] G. A. Dorrego, R. A. Cerutti. The k-Mittag-Leffler function. Int. J. Contemp. Math. Sciences, Vol. 7, 2012, no. 15, 705 – 716.
- [15] R. Gorenflo, A.A. Kilbas and S.V. Rogosin, On the generalized Mittag-Leffler type function, Integral Transforms and Special Functions, 7(3-4), (1998), 215-224
- [16] H. Haubold, M. Mathai, R. K. Saxena. Mittag-leffler functions and their applications. J. Appl. Math., 2011
- [17] R. Hilfer (ed.), Applications of Fractional Calculus in Physics, World Scientific, Singapore, 2000.

L.L.ABR

ES COPIA





Universidad Nacional del Nordeste  
Facultad de Ciencias Exactas y  
Naturales y Agrimensura

2018- AÑO DEL CENTENARIO DE LA  
REFORMA UNIVERSITARIA

RESOLUCION N°: 0270 18  
CORRIENTES, 26 ABR 2018

- [18] J Hristov. Derivatives with Non-Singular kernels from the Caputo-Fabrizio definition and beyond: appraising analysis with emphasis on diffusion models- Frontiers, 2017
- [19] A. Kilbas, H. M. Srivastava, Juan Trujillo. Theory and Applications of Fractional Differential Equations, North Holland Math. Studies 204, Elsevier, 2006.
- [20] C. Lavault. Fractional calculus and generalized Mittag-Leffler type functions. LIPN, Université Paris 13. version 2 (mise à jour). 2017.
- [21] J. Losada and J. J. Nieto, "Properties of a new fractional derivative without singular kernel," Progr. Fract. Differ. Appl, vol. 1, no. 2, pp. 87-92, 2015
- [22] C. Lorenzo, Hartley, T. Generalized Functions for the Fractional Calculus. National Aeronautics and Space Administration. 999
- [23] L.L. Luque, R.A. Cerutti. The  $k$ - $\alpha$ -Exponential Function. Int. Journal of Math. Analysis, Vol. 7, 2013, no. 11, 535 – 542.
- [24] F. Mainardi, R. Gorenflo. Fractional calculus and special functions. Lecture notes on mathematical physics Department of Physics, University of Bologna, Italy URL: <http://www.fracalmo.org/2007>.
- [25] A.C. Mc. Bride. Fractional calculus and integral transforms of generalized functions. Pitman .1979.
- [26] K.S. Miller and B. Ross, An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations, Wiley, New York, 1993.
- [27] M.D. Ortigueira, J.A. Tenreiro Machado. What is a fractional derivative. Journal of Computational Physics, 2015 -
- [28] I. Podlubny: Fractional Differential Equations. An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, Some Methods of Their Solution and Some of Their Applications. Academic Press, 1999.
- [29] T. R. Prabhakar. A singular integral equation with a generalized Mittag-Leffler function in the Kernel, Yokohama Math. J., 19 (1971), 7–15
- [30] S. Rogosin. The Role of the Mittag-Leffler Function in Fractional Modeling Mathematics 2015, 3, 368-381; doi:10.3390/math3020368
- [31] A. Samko, A. Kilbas, O. Marichev. Fractional Integrals and Derivatives. Gordon and Breach. 1993.
- [32] Shukla and J.C. Prajapati, Some remarks on generalized Mittag-Leffler function, Proyecciones (Chile), 28(1) (2009), 27-34.
- [33] V. E. Tarasov. No Nonlocality. No Fractional Derivative - Communications in Nonlinear Science and Numerical
- [34] S. Trione. La integral de Riemann Liouville. Cursos y Seminarios Facultad de Ciencias Exactas. Universidad de Buenos Aires. Fascículo 29. 1981.

ES COPIA