

1.- Flexión compuesta: simple y oblicua - Posición del eje neutro.

La flexión compuesta se presenta cuando:

$$N \neq 0$$

$$M_f \neq 0$$

$$Q \neq 0 \text{ ó } Q = 0$$

$$M_t = 0$$

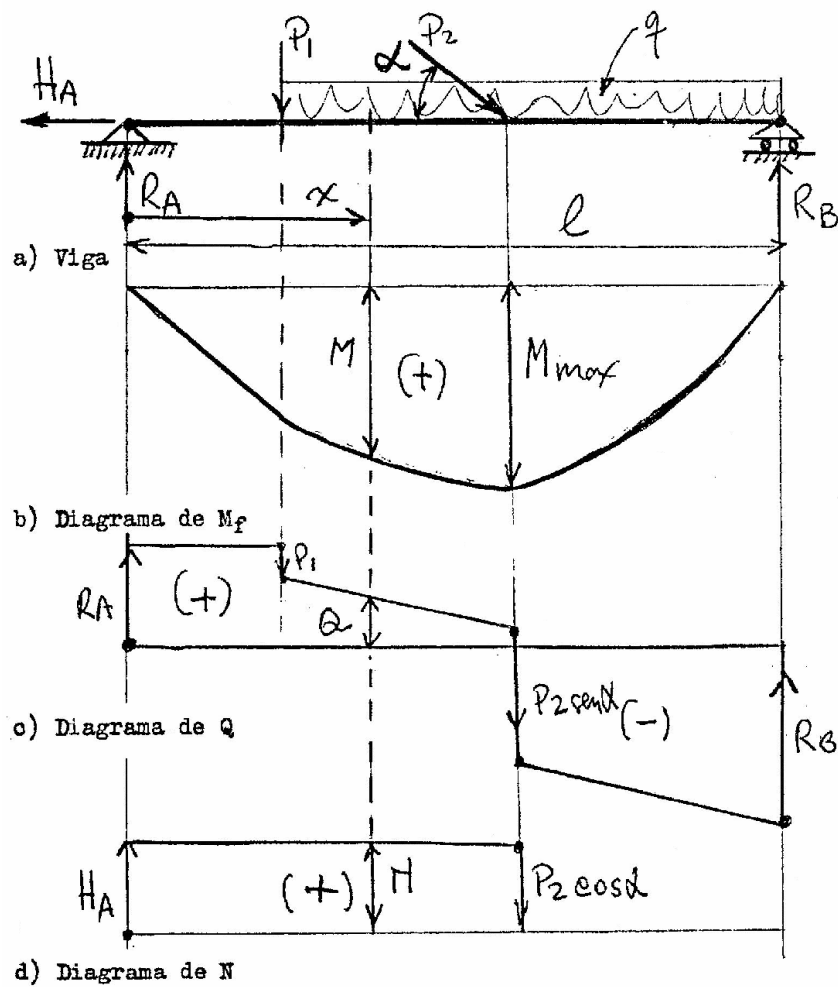


Fig. 61

En el caso de la Fig. 61a donde en la sección señalada tenemos todas las sollicitaciones distintas de cero.

Ahora bien, refiriéndonos a las tensiones que producen cada uno de los esfuerzos ya sabemos que con los esfuerzos normales (N) y los momentos flectores (M) obtenemos las tensiones normales (σ) y con los esfuerzos de corte (Q) obtenemos las tensiones tangenciales (τ).

En este caso aplicando el principio de superposición será muy sencillo llegar a la fórmula que nos dará la variación de las tensiones normales.

En efecto tomando como siempre en consideración un elemento de viga, el caso de flexión compuesta lo podemos tratar como la suma de un caso de tracción o compresión (tema XIV) y un caso de flexión simple o flexión plena (tema XVI o tema XVII) como se puede apreciar en la Fig. 62.

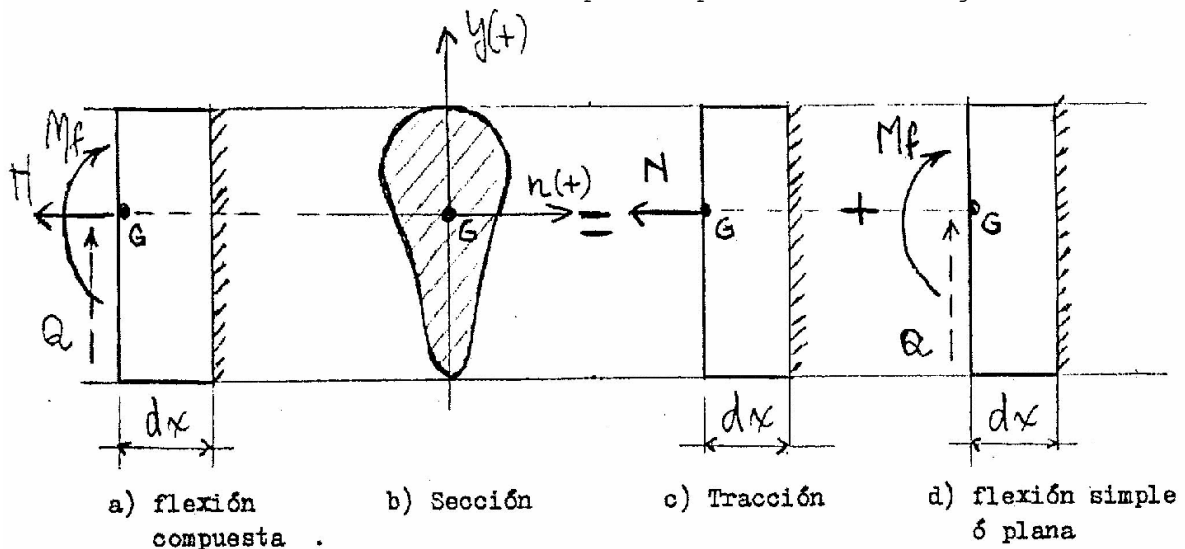


Fig. 62

El esfuerzo normal sabemos que produce tensiones normales e uniformes sobre toda la sección e iguales a

$$\sigma_N = \frac{N}{S}$$

Siendo S = superficie de la sección

El momento flector también sabemos que produce tensiones normales representadas por las fórmulas (50) ó la fórmula (59) según se trate de flexión simple ó flexión oblicua. La flexión simple u oblicua ya han sido definidas en el tema XVI.

El esfuerzo de corte en el caso de existir nos daría tensiones tangenciales que podríamos hallar utilizando la fórmula (53) de Colignon.

Para determinar entonces las tensiones normales producidas en flexión compuesta supongamos un caso como el de la Fig. 62a) y en el que el momento flector actúe en el plano normal a la sección y que contenga al eje de simetría y principal de inercia y . No consideraremos el esfuerzo de corte porque no interviene en la determinación de las tensiones normales.

Apliquemos el principio de superposición. Es fácil ver que el diagrama de tensiones normales es el representado en la Fig. 63f.

En efecto de acuerdo a las figuras 63 b y c, las tensiones normales resultarán de la suma algebraica de las tensiones normales por tracción y de las tensiones normales por flexión según se muestra en las Figs. 63d y 63e. El diagrama de tensiones por flexión es en este caso el mismo que el producido por una flexión simple normal (ver Tema XVI, punto 3, fórmula 50).

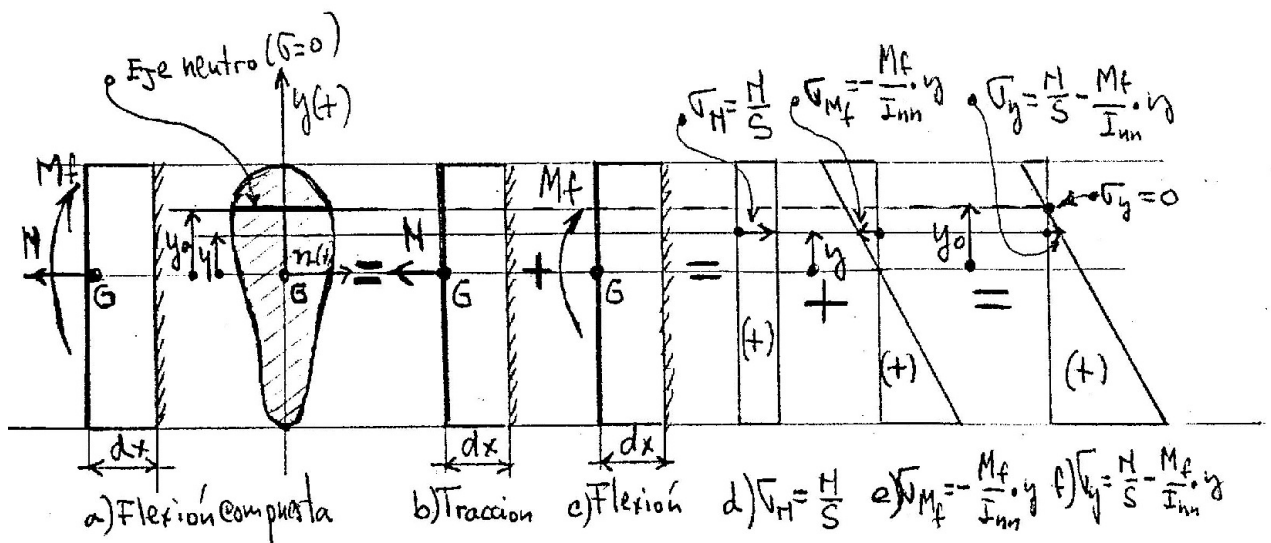


Fig. 63

En forma analítica podemos expresar la variación de las tensiones normales mediante la siguiente fórmula:

$$\sigma_y = \sigma_n + \sigma_{M_f} = \frac{N}{S} - \frac{M_f}{I_{nn}} \cdot y \quad (83)$$

Si quisiéramos determinar la distancia y_0 que es la distancia a la fibra donde las tensiones normales son cero (eje neutro), es suficiente igualar a 0 la fórmula (83) y despejar y_0 .

O sea

$$\frac{N}{S} - \frac{M_f}{I_{nn}} \cdot y_0 = 0 \quad y_0 = \frac{N}{S} \cdot \frac{I_{nn}}{M_f} \quad (84)$$

Se denomina radio de giro al valor

$$i = \sqrt{\frac{I_{nn}}{S}} \quad (85)$$

Luego la (84) podrá escribirse como

$$y_0 = \frac{N}{M_f} \cdot i^2 \quad (86)$$

Si además $Q = 0$, recordando la definición de momento flector, esfuerzo de corte y esfuerzo normal (ver tema XI) podemos escribir

$$M_f = - R_i \cdot e = - N \cdot e \quad (87)$$

En donde

e = excentricidad de la resultante izquierda. Esta última es igual en este caso, al esfuerzo normal. El signo negativo se debe a que de acuerdo a nuestras convenciones e es negativa (se halla sobre el eje y negativo).

$$\text{Luego la (86) podemos escribirla como } y_0 = - \frac{i^2}{e} \quad (88)$$

ya que de la (87) obtenemos que $e = - \frac{M_f}{N}$

La (88) nos da entonces la distancia del eje neutro (fibra con tensión $\sigma = 0$) al eje baricéntrico n y además nos dice que como el eje n divide a la sección en dos partes el eje neutro siempre se encontrará sobre

aquella parte que no contiene a la carga P.

Si en la Fig. 62 el momento flector no contuviera a un eje principal de inercia estaríamos en presencia de una flexión oblicua y aplicando nuevamente el principio de superposición las tensiones normales serían el resultado de la suma algebraica de una tracción y una flexión oblicua. Analíticamente tendríamos:

$$\sigma = \sigma_H + \sigma_{Mf} = \frac{N}{S} - M_f \left(\frac{\cos \alpha}{I_{nn}} \cdot y + \frac{\sin \alpha}{I_{yy}} \cdot n \right) \quad (89)$$

En donde σ_{Mf} es la tensión normal producida por la flexión oblicua (ver tema XVI punto 5, fórmula 59).

Para determinar el eje neutro debemos igualar a 0 la fórmula (89) o sea:

$$\frac{N}{S} - M_f \left(\frac{\cos \alpha}{I_{nn}} \cdot y + \frac{\sin \alpha}{I_{yy}} \cdot n \right) = 0$$

Que es la ecuación de una recta que no pasa por el origen de coordenadas n e y .

2.- Núcleo Central

Un caso particularmente interesante y además de aplicación práctica lo tenemos cuando el esfuerzo normal (N) en vez de ser de tracción (como en la Fig. 63) es de compresión y además el esfuerzo de corte (Q) es 0 o las tensiones por él producidas son muy inferiores a las admisibles. Además, y esto es lo más importante, el material del que está hecho el cuerpo o la pieza es de los denominados "frágiles" y que no son aptos para absorber tensiones de tracción. Es el caso del hormigón sin armar o de la mampostería de ladrillos o piedra. Aquí será posible, como veremos,

XIX

delimitar una zona de la sección llamada "núcleo central" dentro de la cual debe caer la resultante izquierda para que el material solo trabaje a compresión.

Los elementos estructurales donde se presenta este caso son pilares cortos, estribos o tipo de construcciones sometidos a esfuerzo normal de compresión preponderante flexión moderada ó pequeña y esfuerzo de corte nulo o muy pequeño.

Veamos el caso de un pilar corto de altura H y de sección h. b sometido a un esfuerzo normal de compresión y a un momento flector (Fig. 63a y b). Este tipo de esfuerzo se lo denomina flexo - compresión. Si la carga P estuviera aplicada en el centro de gravedad G, el Momento flector sería 0 y por consiguiente el pilar estaría sometido a una compresión simple. Si la carga estuviera aplicada sobre el eje de simetría y principal de inercia y a una distancia e (llamada excentricidad) del centro de gravedad G, el pilar estaría sometido a flexión compuesta (en este caso flexo - compresión) por consiguiente es aplicable lo visto en el punto anterior.

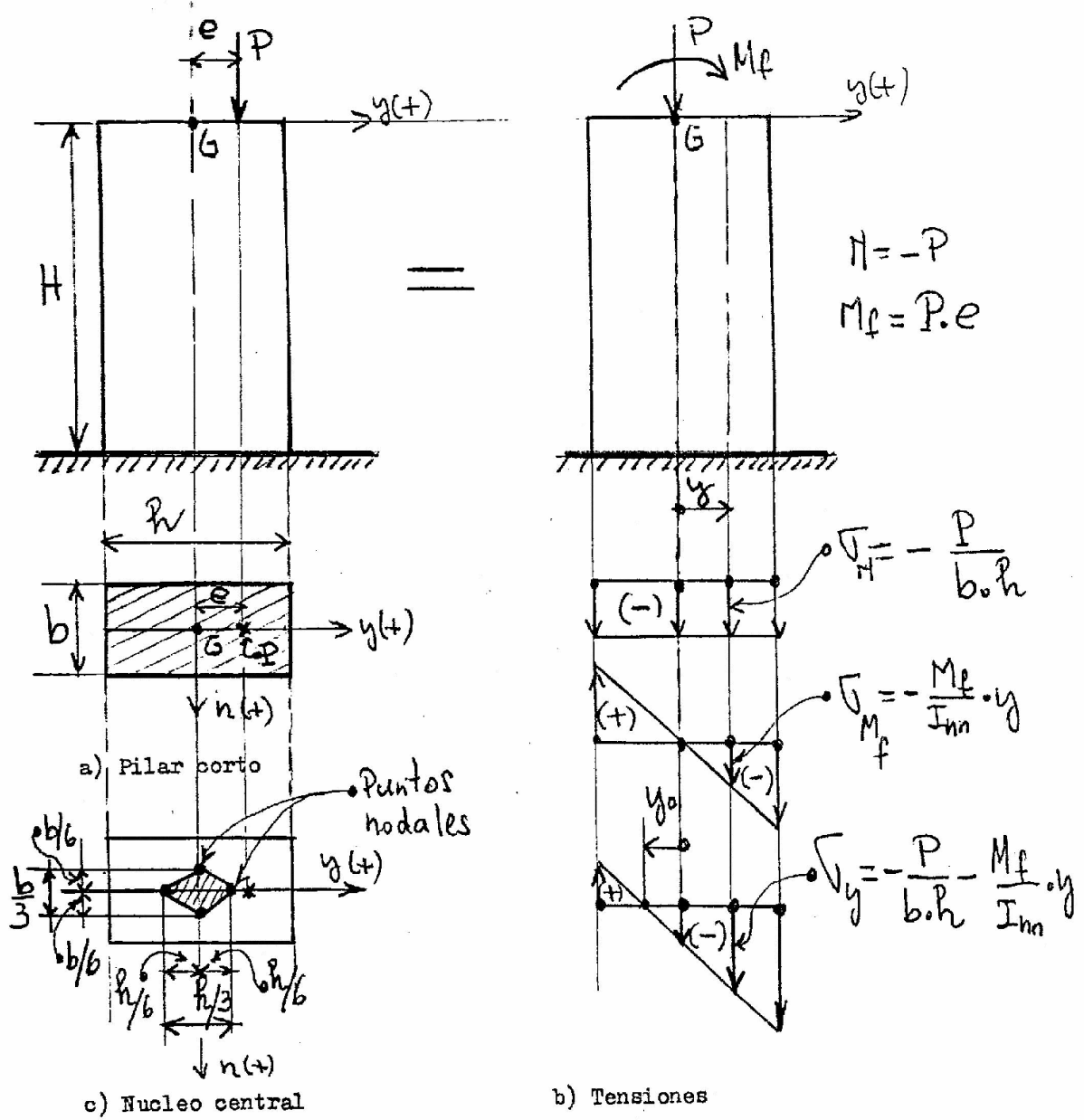


Fig. 63 bis

En la Fig. 63b se muestran los diagramas de tensiones que se obtendrían. Si queremos determinar la ubicación del eje neutro utilizando la fórmula (88) obtenemos:

$$y_0 = -\frac{i^2}{e}$$

Pero para la sección rectangular

$$i^2 = \frac{I_{nn}}{S} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{b \cdot h} = \frac{h^2}{12}$$

Resultará entonces:

$$y_0 = - \frac{P^2}{12 \cdot e} \quad (90)$$

Para que toda la sección trabaje a compresión debe suceder que:

$$|y_0| \geq \left| \frac{P}{2} \right|$$

De la (90) resultará entonces que

$$|e| \leq \left| \frac{P}{6} \right|$$

Si hiciéramos el razonamiento sobre el eje n llegaríamos a que:

$$|e| \leq \left| \frac{b}{6} \right|$$

Los valores máximos que toma e sobre ambos ejes (n e y) nos determinan cuatro puntos llamados "modales". Si unimos esos cuatro puntos, en el caso que estamos viendo de sección rectangular, se obtiene un rombo (ver Fig. 63c).

Siempre y cuando el punto de aplicación de la carga P se halle dentro de ese rombo la sección entera estará comprimida. En efecto cualquiera sea el lugar de aplicación de la carga P es posible decomponerla en otras dos cargas paralelas P' y P'' ubicadas sobre los ejes n e y según se muestra en la Fig. 64.

Si hacemos esta descomposición según rectas paralelas a los lados del rombo es fácil ver que si el punto está ubicado dentro del rombo, no se produce tracción en la sección y si el punto está ubicado fuera de el se produce tracción. (ver Fig. 64).

Aunque esta es una demostración válida hay una mas rigurosa todavía, pero para el alcance de esta materia creemos que con lo dicho es suficiente.

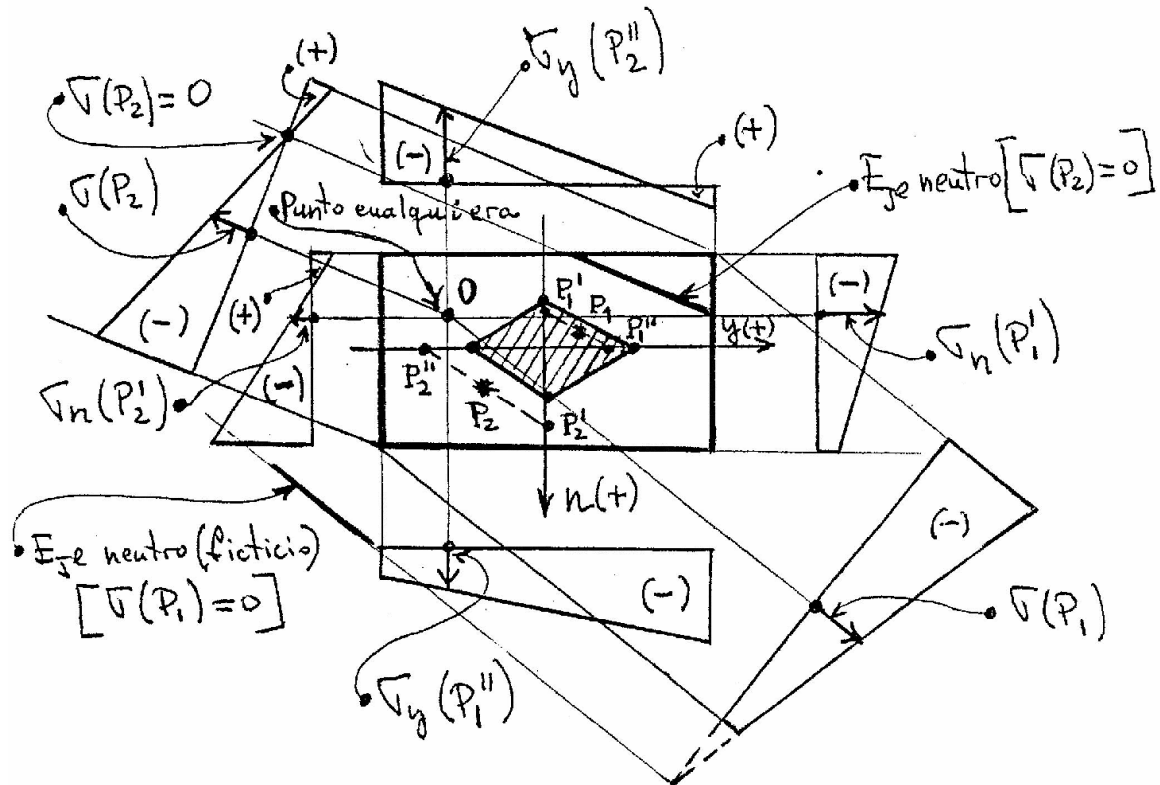


Fig. 64

En la Fig. 64 están indicadas dos posiciones cualesquiera de la carga P.

La primera (p1) está dentro del núcleo central. Al descomponer aquella en dos direcciones paralelas (P1' y P1'') ubicadas sobre los ejes principales de la sección (n,y) podemos resolver el caso aplicando el principio de superposición (Para la descomposición de P1 en las paralelas P1' y P1'' ver Tema IV).

Reemplazada la carga P1 por las cargas equivalentes P1' y P1'' cada una de estas producirá un diagrama de tensiones parciales [$\sigma_n(P1')$ y $\sigma_y(P1'')$] que en la Fig. 64 aparecen abajo y a la derecha de la planta de la sección. Los dos diagramas de tensiones son de compresión. Por el principio de superposición el diagrama total de tensiones será la suma algebraica de los parciales o sea:

$$\sigma(P_1) = \sigma_n(P_1') + \sigma_y(P_1'')$$

Este diagrama aparece en diagonal a la derecha y debajo de la Fig. 64. el diagrama total como podemos ver es también de compresión. En la figura 64 se ha indicado también la ubicación del eje neutro para el caso de la carga P1 que, como vemos, cae fuera de la sección.

La segunda ubicación de la carga (P2) está fuera del núcleo central. Al repetir el procedimiento anterior podemos hallar los diagramas parciales producidos por las componentes de la carga (P2' y P2''). Estos se hallan a la izquierda y arriba en la Fig. 64 [$\sigma_n(P2')$ y $\sigma_y(P2'')$]. Aplicando el principio de superposición se puede hallar el diagrama total:

$$\sigma(P_2) = \sigma_n(P_2') + \sigma_y(P_2'')$$

Es el diagrama que aparece en diagonal a la izquierda y arriba de la Fig. 64.

Como los diagramas parciales tenían dos zonas de tracción que se superponen en una parte de la sección, en el diagrama total también hay una zona de tracción. Esta zona está separada de la de compresión (que es la mayor) por el eje neutro que aparece ubicado en la sección de la Fig. 64.

