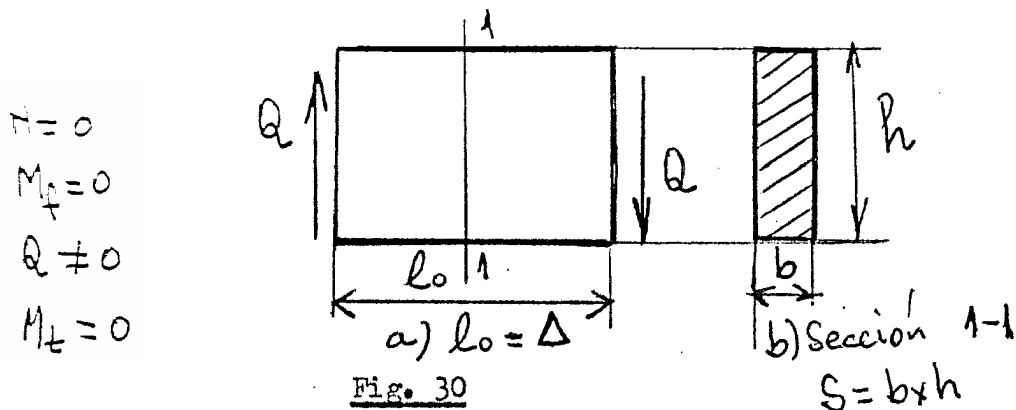


1- Esfuerzo de corte. Tensiones tangenciales.

En el tema XI se definió el esfuerzo de corte que normalmente se lo simboliza con la letra Q . En este tema vamos a tratar el caso en el que (Fig. 30)



Es un caso que se presenta raramente en la práctica y la longitud l_0 de la Fig. 30 debe ser un infinitésimo Δ ya que si tiene cierto valor se desarrollan también esfuerzos de flexión obteniéndose el caso de flexión plana (tema XVII) que es lo más común en vigas de eje recto.

Se admite que las tensiones tangenciales (ver Fig. 8 b - Tema XIII) de la sección 1-1 de la Fig. 30 son uniformes e iguales a:

$$\tau = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{b \times h} \quad (39)$$

Sin embargo por el teorema de Cauchy sabemos que esto no es posible en el borde superior e inferior de la sección porque allí por "condición de borde" debe ser $\tau = 0$ pero en la práctica se considera que la (39) es válida para cualquier punto de la sección en estudio.

El corte simple se presenta en el caso de las máquinas cortadoras o punzonadoras (Fig. 31 a y b).

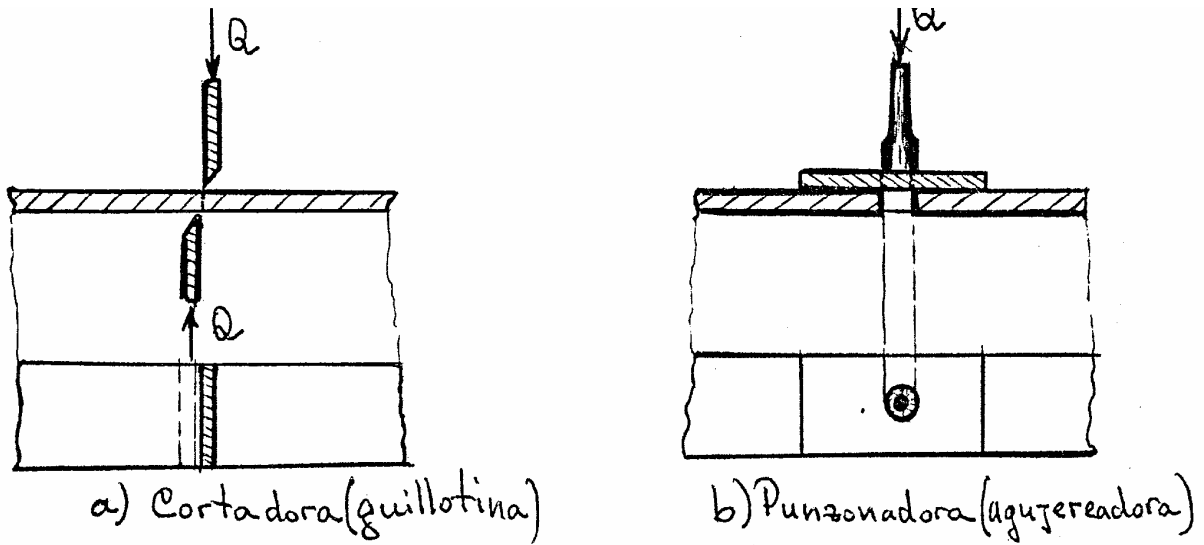


Fig. 31

También se considera que se desarrolla corte simple en uniones remachadas o en algunas uniones de piezas de madera como veremos mas adelante.

2.- Ecuación de la deformación - Módulo de elasticidad transversal.

Supongamos entonces un elemento de longitud Δx sometido a un corte Q como en la Fig. 32. Se produce un deslizamiento de la sección 1-1 con respecto a la sección 0-0.

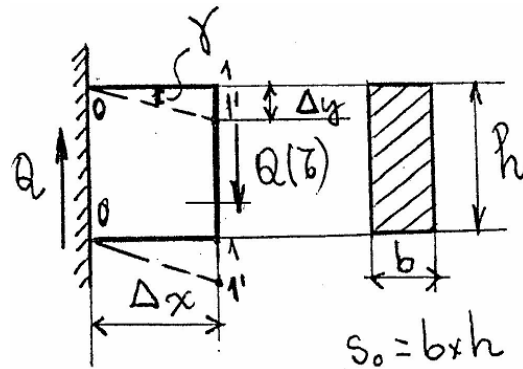


Fig. 32

De la experiencia se deduce que el desplazamiento $1-1'=\Delta y$ obedece a una ley aproximadamente lineal semejante a la ley de Hooke y expresada por la ecuación de la deformación e igual

$$\Delta y = \frac{Q \cdot \Delta x}{S_0 \cdot G} \quad (40)$$

G = constante llamado "módulo de Elasticidad transversal"

La (40) se puede transformar de la siguiente forma:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{Q}{S_0 G}$$

Pero $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{tg } \gamma = \gamma$ por ser un ángulo infinitésimo.

Y $\frac{Q}{S_0} = \bar{\tau} =$ tensión tangencial.

Luego queda:

$$\gamma = \frac{\bar{\tau}}{G} \quad (41)$$

XV

γ

Es llamado "ángulo de distorsión"

La (41) es semejante a la (4) del Tema XIV. La unidad de G es Kg/cm^2 igual que la de E ya que sea ϵ que γ son adimensionales.

3.- Relación entre el módulo de elasticidad longitudinal (E) y el módulo de elasticidad transversal (G)

Para hallar esta relación utilizaremos el caso de "tensiones en planos inclinados" visto en el tema XIV (Fig. 19 a y b) pero con los esfuerzos normales y dimensiones de la Fig. 33 a y b.

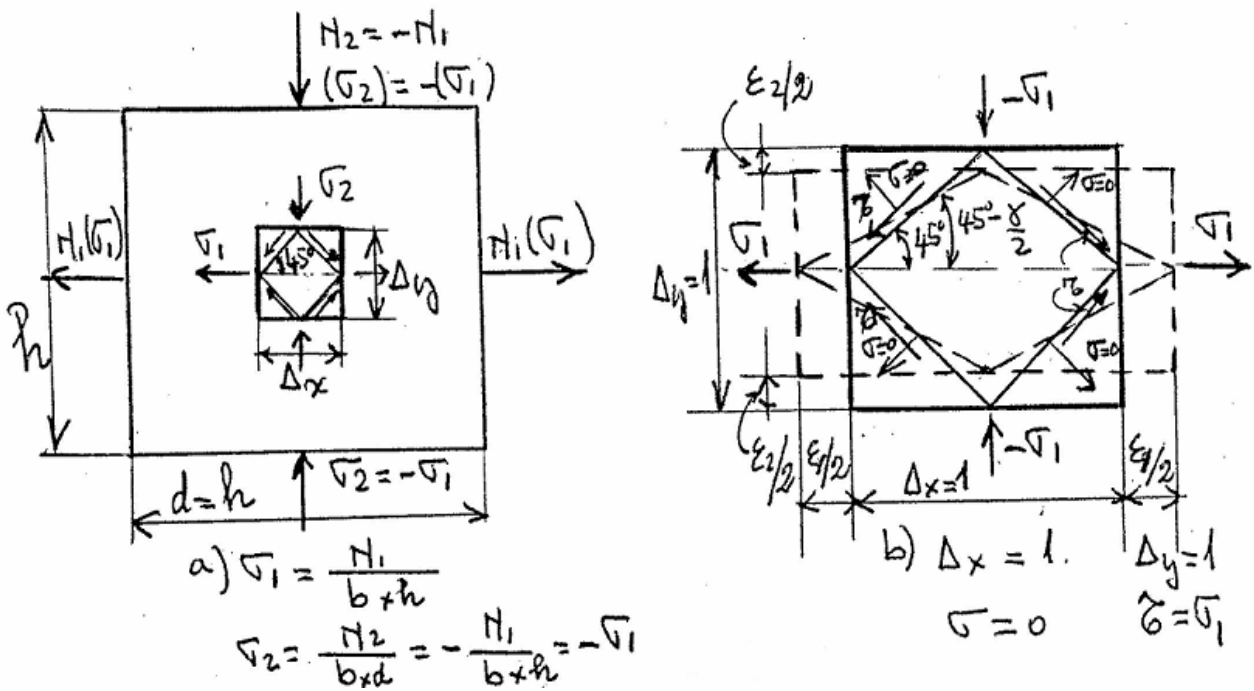


Fig. 33

En este caso tomando $d = h$ y $N_2 = -N_1$ resulta

Y para $\alpha = 45^\circ$ tensión en planos inclinado (Tema XIV)

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_1}{2} = 0$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_1 - (-\sigma_1)}{2} = \frac{2\sigma_1}{2} = \sigma_1 \quad (42)$$

El rombo inscripto en el cuadrado de la Fig. 33a está sometido a tensiones cortantes o tangenciales (τ) puras ya que las tensiones normal

es (σ) son iguales a cero (0) como aparece en la Fig. 33b y sufre la deformación indicada en líneas cortadas. El ángulo de distorsión γ definido anteriormente es posible calcularlo teniendo en cuenta que en la Fig. 33 b se tiene:

$$\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\gamma}{2} \right) = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} = \frac{1 - \frac{\gamma}{2}}{1 + \frac{\gamma}{2}} \quad (43)$$

por ser γ un ángulo infinitésimo como ya se dijo.

Por otro lado siempre de acuerdo a la Fig. 33b y teniendo en cuenta lo visto en el Tema XIV resulta:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon + \varepsilon_t = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} \quad (\text{ver punto 3 y 4 del Tema XIV}).$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon + \varepsilon_t = \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E} \quad (\text{idem anterior})$$

Pero

$$\sigma_2 = -\sigma_1 \quad \text{y} \quad \sigma_1 = \sigma$$

resulta entonces

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E} (1 + \mu)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{\sigma}{E} (1 + \mu)$$

Y finalmente de la Fig. 33b también resulta que

$$\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\gamma}{2} \right) = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon_2}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon_1}{2}} = \frac{1 + \varepsilon_2}{1 + \varepsilon_1} = \frac{1 - \frac{\sigma}{E} (1 + \mu)}{1 + \frac{\sigma}{E} (1 + \mu)} \quad (44)$$

XV

Como (43) y (44) representan el mismo valor debe ser

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{\sigma}{E} (1 + \mu) \quad \text{pero} \quad \gamma = \frac{\sigma}{G} \quad [\text{ver (41)}]$$

Luego

$$\frac{\sigma}{2G} = \frac{\sigma}{E} (1 + \mu) \quad \text{o sea}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (45)$$

La (45) representa la relación entre el módulo de elasticidad transversal (G) y el módulo de elasticidad longitudinal (E).

ANEXO:

LEY DE HOOKE GENERALIZADA

Hemos visto la relación entre σ y ε en un caso **uniaxial de tensión** □ Ley de Hooke + Deformaciones transversales.

¿Qué ocurre en un caso 3D general?

	$\sigma_{nx} \neq 0$	$\sigma_{ny} \neq 0$	$\sigma_{nz} \neq 0$
ε_x	σ_{nx} / E	$-\mu\sigma_{ny} / E$	$-\mu\sigma_{nz} / E$
ε_y	$-\mu\sigma_{nx} / E$	σ_{ny} / E	$-\mu\sigma_{nz} / E$
ε_z	$-\mu\sigma_{nx} / E$	$-\mu\sigma_{ny} / E$	σ_{nz} / E

Como la relación entre σ y ε es lineal, (dimensionamiento tal que

$\sigma_{max} < \sigma_p$ siempre) → Se cumple el **Principio de Superposición**.

Principio de Superposición : Si el comportamiento del material es lineal, los efectos de aplicar varias cargas se puede calcular como la suma de los efectos de cada carga por separado.

Las deformaciones en un estado 3D de tensión pueden calcularse como la suma de las deformaciones de tres casos uniaxiales:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_{nx} - \mu (\sigma_{ny} + \sigma_{nz})] \quad (1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_{ny} - \mu (\sigma_{nx} + \sigma_{nz})] \quad (2)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_{nz} - \mu (\sigma_{nx} + \sigma_{ny})] \quad (3)$$

(1)-(3) proporcionan relaciones entre tensiones normales σ y deformaciones longitudinales ε .

Se puede probar que la relación entre las tensiones tangenciales τ y las deformaciones tangenciales γ viene dada por:

$$\gamma_{xy} = \frac{T_{xy}}{G} \quad (4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{T_{yz}}{G} \quad (5)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{T_{xz}}{G} \quad (6)$$

$$G = \text{módulo elasticidad transversal} = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

Ecuaciones (1)-(6) \rightarrow **Leyes de Hooke Generalizadas.**

Relacionan las componentes de **[T]** con las de **[D]**.

Sólo válidas si el material es **ISÓTROPO!!!**

4.- Uniones remachadas - Uniones de piezas de madera

Como una aplicación de los conceptos vistos anteriormente vamos a ver brevemente las uniones remachadas y las uniones de piezas de madera.

a) Uniones remachadas

Las uniones remachadas se usan en estructuras metálicas cuando hay que transmitir un esfuerzo de un elemento a otro formando parte ambos del mismo mecanismo de resistencia. Supongamos que queremos transmitir un esfuerzo normal N de una chapa a otra. Podemos hacerlo a través de varios tipos de mecanismos. Dos de representados en la Fig. 34 a) y b)

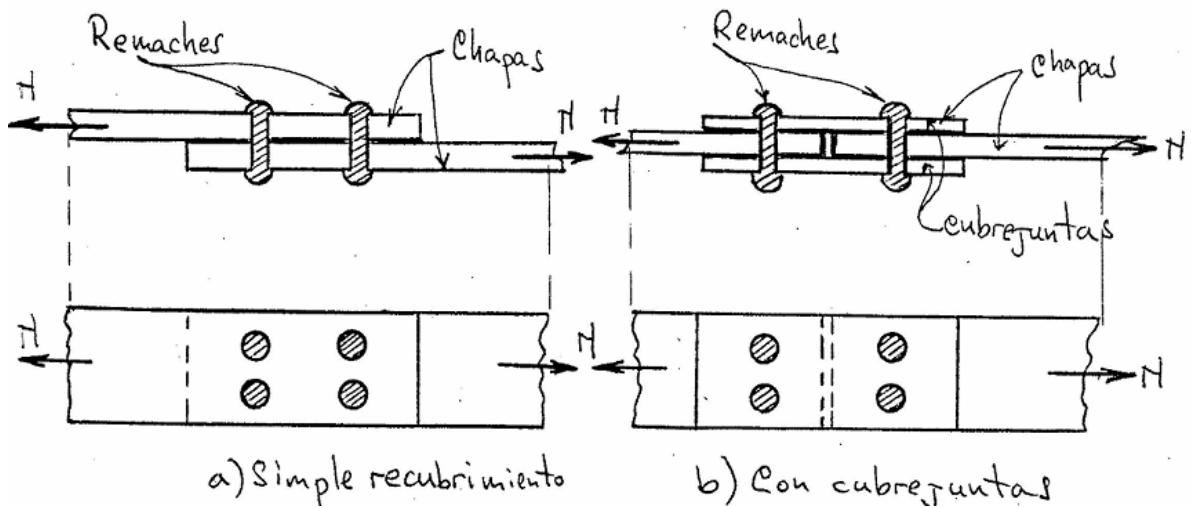


Fig. 34

Las chapas están sometidas a esfuerzos de tracción mientras que los remaches están sometidos a esfuerzo de corte según Fig. 35 a) y b).

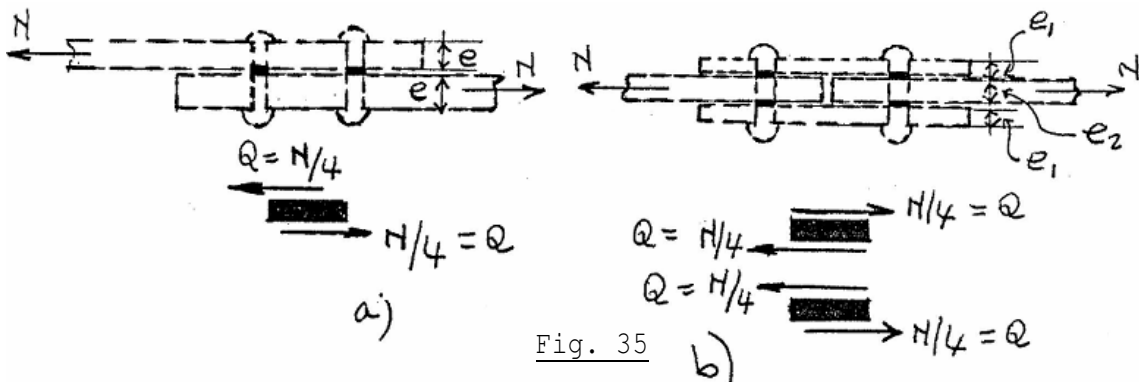


Fig. 35

En realidad el problema es más complejo porque el esfuerzo normal que venia siendo absorbido uniformemente por la chapa al llegar a la zona de los remaches debe ser resistido por una sección menor, se produce así una "reacomodación" de las tensiones produciéndose lo que se denomina como "concentración de tensiones". Además como el esfuerzo debe transmitirse de una chapa a otra a través de las paredes de los agujeros de las chapas y la superficie cilíndrica de los remaches se producen localmente tensiones de contacto que se controlan por las denominadas "tensiones admisibles de aplastamiento". Otro factor a tener en cuenta es la separación de los remaches en la dirección del esfuerzo y la distancia de los mismos a los bordes de las chapas ya que de lo contrario podría producirse el desgarramiento de estas últimas.

Volviendo a las figuras 34 a y Fig. 35 a vemos que en el caso de unión de chapas por simple recubrimiento el esfuerzo normal N al pasar de una a otra se traslada de una distancia igual aproximadamente al espesor de la chapa. Esto trae como consecuencia que en realidad los remaches además de trabajar al corte deban trabajar a flexión y a tracción pero en la práctica estos dos últimos esfuerzos se desprecian.-

El mismo fenómeno sucede en la Fig. 34 b Y 35 b, unión de chapas con conjuntas. Aunque aquí el esfuerzo normal queda alineado, sin embargo al pasar de una a otra chapa lo hace a través de las cobrejuntas y en consecuencia aquí también los remaches sufren flexión y tracción que en la práctica no se tiene en cuenta.

En el caso del acero común la tensión admisible de corte se toma aproximadamente igual a:

$$\tau_{ad} = 0,8 \text{ a } 0,9 \tau_{ad}$$

por consiguiente en las figs. 35 a y b debe resultar:

$$\tau_{ad} \geq \frac{Q}{S} = \frac{N}{4 \cdot S} \quad \begin{array}{l} 4 = \text{N}^\circ \text{ de remaches} \\ S = \text{superficie del remache} = \frac{\pi d^2}{4} \\ (d = \text{diámetro del remache}) \end{array}$$

y en general para un número cualquiera de remaches y para determinado diámetro de los mismos debe suceder que:

$$\tau_{ad} \geq \frac{Q}{S} = \frac{N}{n \cdot \frac{\pi d^2}{4}} \quad (46)$$

$N =$ esfuerzo a transmitir
 $n =$ N° de remaches
 $d =$ diámetro del remache

La elección del diámetro del remache (d) no es arbitraria. Según la reglamentación alemana debe ser tomado igual a:

$$d = \sqrt{5 \cdot e} - 0,2 \text{ cm} \rightarrow e = \text{menor espesor de las chapas a unir}$$

Para la separación mínima entre remaches (t) la misma reglamentación aconseja tomarla igual a:

$$t = 3 \text{ a } 3,5 d \quad d = \text{diámetro del remache}$$

y la distancia al borde de las chapas (t_0) se aconseja tomarla igual a:

$$t_0 = 2 \text{ a } 2,5 d$$

Finalmente la tensión admisible al aplastamiento se toma igual a

$$\sigma_{apl.} = 2 \text{ a } 2,5 \sigma_{ad}$$

y la verificación se hace aplicando la siguiente expresión:

$$\sigma_{apl} \geq \frac{N}{n \cdot e \cdot d} \quad (47)$$

$n =$ n° de remaches
 $e =$ menor espesor de chapas
 $d =$ diámetro remaches

Con esto damos por terminado este breve tratamiento del tema que se podrá completa en la práctica con algún ejercicio.

b) Uniones de piezas de madera

Las uniones de piezas de madera también pueden realizarse de distintas formas. Si elegimos hacerlo como en las figuras 36 a y b estamos prácticamente en un caso parecido al del acero común visto en

las figuras 34 b y 35 b solo que aquí en vez de utilizarse remaches se utilizan bulones y además naturalmente las chapas son reemplazadas por tirantes de madera y por consiguiente tenemos que tener en cuenta la resistencia de la misma. Esta tiene un inconveniente adicional ya que su comportamiento no es uniforme como en el acero si no que depende de la disposición de las fibras con respecto al esfuerzo a absorber.

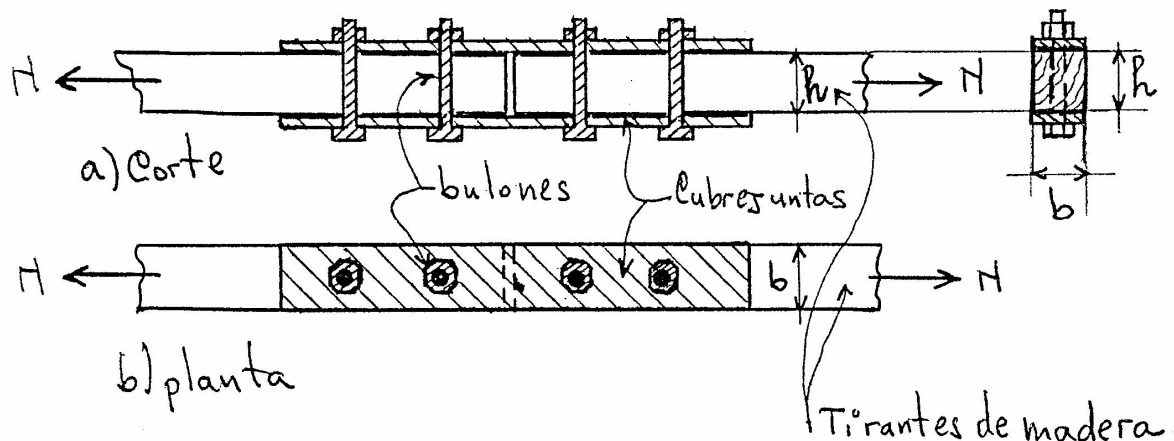


Fig. 36

En maderas de pino podemos tomar aproximadamente

$$\begin{aligned}\sigma_{ad} &= 70 \text{ a } 100 \text{ Kg/cm}^2 \\ \tau_{ad} &= 0,10 \text{ a } 0,4 \sigma_{ad} \\ \tau_{apl} &= 0,20 \text{ a } 0,6 \sigma_{ad}\end{aligned}$$

según se trate de esfuerzos normales o paralelos a las fibras.

Otras uniones de piezas de madera sin utilizar chapas y bulones de acero son muy comunes en carpintería como lo son las "uniones clavadas" o "uniones encoladas" pero dada la índole de la materia no las analizaremos aquí.