

TEORÍA
TEMA 7
VÍNCULOS

- Concepto de Chapa. Concepto de vínculo. Concepto de grado de libertad de una chapa (primero de punto y luego de chapa).
- Tipos de vínculos. (3)
- Concepto de chapa isostáticamente vinculada, hiperestáticamente vinculada. Concepto de grado de hiperestaticidad. Vínculo aparente.
- Concepto de reacciones de vínculo.
- Determinación de las relaciones de vínculo en una chapa sustentada por un apoyo fijo (A) y uno móvil (B). (método gráfico).
- Determinación de las reacciones de vínculos en una chapa sustentada por tres (3) apoyos móviles (método gráfico).
- Concepto de apoyo ficticio doble.
- Determinaciones de las reacciones de vínculos en una chapa sustentada a tierra mediante un empotramiento (método gráfico).
 - Ejercicio de aplicación
- Determinación de las reacciones de vínculo en un sistema de una chapa. Solución analítica.
 - Introducción
 - Caso apoyo móvil.
 - Caso apoyo doble.
 - Caso apoyo triple.
- Determinación de las reacciones de vínculos en una chapa isostáticamente sustentada, mediante un apoyo móvil y otro fijo.
- Determinación de reacciones de vínculos en una chapa isostáticamente sustentada mediante un empotramiento.
- ~~Cadena de Chapas.~~
- ~~Concepto de vínculo interno o relativo y vínculos externos.~~

Supongamos un conjunto de PUNTOS MATERIALES, vinculados entre sí por su condición de RIGIDEZ. Si el conjunto de puntos materiales se encuentra en el espacio configura un cuerpo sólido. Si el conjunto está en el plano configura una “CHAPA” y que simbolizamos así .:



Se llama así porque con la CHAPA vamos a representar las más diversas estructuras cuya condición de equilibrio vamos a estudiar.

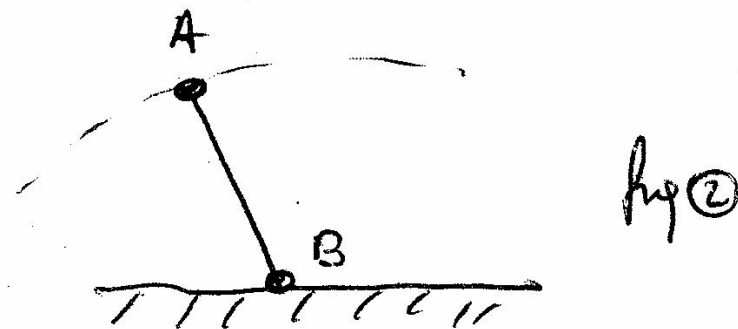
Ocurre que las estructuras no se las consigue libres sino que deben estar fuertemente VINCULADAS A LA TIERRA, ya sea en FORMA DIRECTA O POR INTERMEDIO DE OTRAS ESTRUCTURAS. Esa vinculación se realiza por medio de los denominados “VÍNCULOS” a los que podemos definir como TODO MECANISMO DESTINADO A RESTRINGIR O A SUPRIMIR LOS GRADOS DE LIBERTAD QUE POSEE UNA CHAPA.

Para darnos idea de vínculos, supongamos lo más elemental de las chapas que sería lo constituido POR UN SOLO PUNTO MATERIAL.

Si este punto está libre en el plano podría pasar de una función inicial “A” a otra final “A”, descubriendo una trayectoria cualquiera.

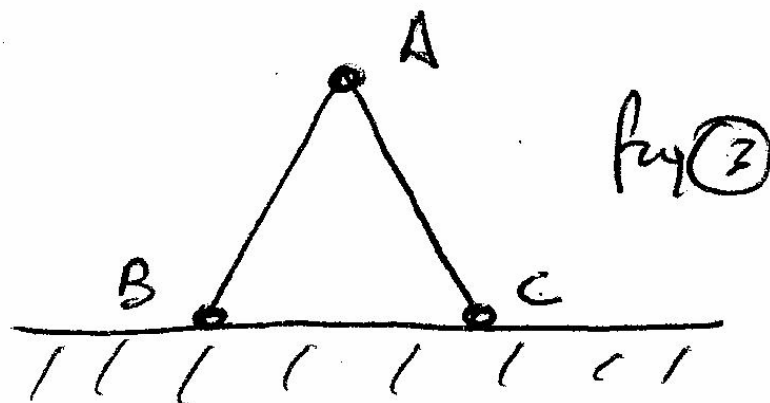


Pero si ahora al PUNTO LO VINCULAMOS A LA TIERRA, por medio de una barra rígida \overline{AB} que esté articulado en "B", el PUNTO "A" ya no puede seguir una trayectoria cualquiera sino que deberá seguir una trayectoria CIRCULAR DE RADIO \overline{AB} .



Comparando ambas situaciones queda bien en claro que el desplazamiento del punto A al vinculado a TIERRA con la barra \overline{AB} le estamos imponiendo una **restricción** a su movimiento. La barra \overline{AB} constituye por lo tanto UN VÍNCULO.

Si ahora al punto lo vinculamos a la TIERRA mediante dos BARRAS ARTICULADAS EN B y C, el PUNTO A ya no podrá descubrir ningún tipo de trayectoria quedando inmovilizado.



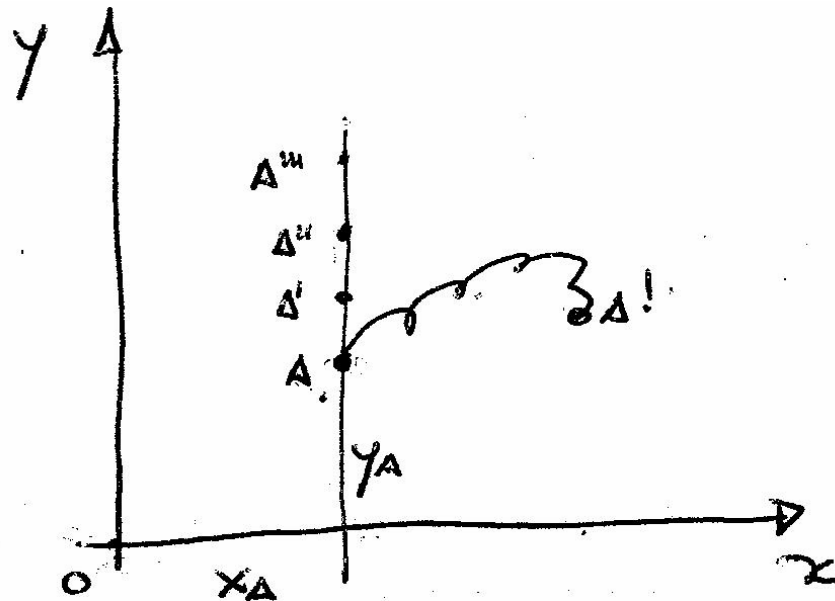
El VÍNCULO del ejemplo 2 se comporta de acuerdo a la definición, como un mecanismo que ha restringido la libertad del punto A.

En el caso de la figura 3, los vínculos han suprimido la libertad del punto A. En ambos casos lo que lo ha sucedido está totalmente acorde con la definición de VÍNCULOS.

Vamos a definir “LOS GRADOS DE LIBERTAD DE UNA CHAPA” como el NÚMERO DE COORDENADAS LIBRES QUE POSEE.-

Para entender esta definición y deducir los grados de libertad que posee la chapa comenzamos analizando nuevamente los grados de libertad de una chapa ELEMENTAL, constituida por un solo punto.

Sabemos que la posición de un PUNTO EN EL PLANO queda perfectamente determinada si lo referimos a un par de ejes y damos dos de sus coordenadas.



Supongamos que el punto está LIBRE, podrá pasar de la posición A inicial a la posición A final siguiendo una trayectoria cualquiera.

Supongamos que de las dos coordenadas del PUNTO FIJAMOS una de ellas (X_A). En estas condiciones el punto podrá desplazarse pero no siguiendo una trayectoria CUALQUIERA sino siguiendo una trayectoria PARALELA A SU EJE “Y”.

Esto significa que al fijar una de las coordenadas le hemos impuesto una CONDICIÓN DE VÍNCULO, ya que hemos restringido su MOVIMIENTO, pero sigue moviéndose.

Si ahora fijamos la segunda coordenada (Y_A), el PUNTO ya no podrá moverse más, quedará fijo en el PUNTO A, lo que significa que las dos coordenadas que definen la posición del punto A eran LIBRES, lo que por definición significa que el PUNTO tiene en el plano DOS GRADOS DE LIBERTAD.

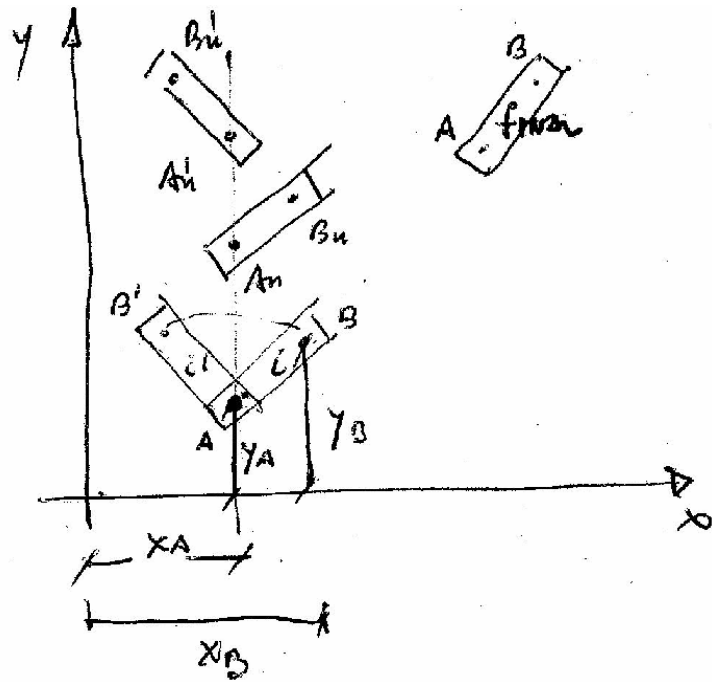
Si ahora analizamos LA CHAPA:

La posición de una chapa en el plano queda definida dando la posición de dos de sus PUNTOS. Cada uno de esos PUNTOS queda perfectamente determinado dando sus DOS COORDENADAS.

Luego nos podemos realizar la siguiente pregunta, ¿SERÁ QUE LA CHAPA EN EL PLANO TIENE CUATRO GRADOS DE LIBERTAD?

Para determinar cuántas de esas cuatro coordenadas son LIBRES comenzamos FIJANDO de a una y veremos si la CHAPA SIGUE MOVIÉNDOSE HASTA QUE QUEDE TOTALMENTE INMOVILIZADA. Es decir, hacemos un razonamiento analoga AL ANTERIOR.

Comenzamos suponiendo a las CUATRO COORDENADAS TOTALMENTE LIBRES, en esta condición la chapa pasará de una posición inicial (i) a una final (f) cualquiera ,habiendo seguido una trayectoria cualquiera.



Supongamos ahora que en la posición inicial fijo una de las coordenadas del punto A (X_A). En estas condiciones la chapa podrá seguir una TRAYECTORIA PARALELA AL EJE \underline{Y} . Pero si además de X_A fijo Y_A el punto A ya no podrá moverse pero la CHAPA PODRÁ GIRAR ALREDEDOR DEL PUNTO \underline{A} , ocupando el punto \underline{B} cualquier posición que caiga dentro de la trayectoria circular de radio \underline{AB} , pero sigue moviéndose, lo que significa que le restan COORDENADAS LIBRES.

Si fijamos UNA TERCERA COORDENADA (Y_B), es fácil darse cuenta que la CHAPA QUEDA INMOVILIZADA, para lo cual no fue NECESARIO FIJAR LA CUARTA COORDENADA, por lo que se concluye que:

“EL NÚMERO DE COORDENADAS LIBRES QUE POSEE LA CHAPA EN EL PLANO SON TRES”.

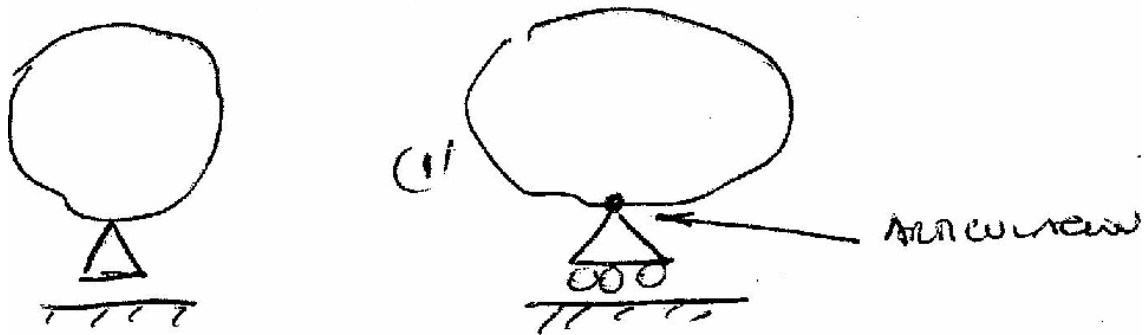
Para fijar la chapa a la tierra hacemos uso de los ya definidos VÍNCULOS.

Los VÍNCULOS se CLASIFICAN en:

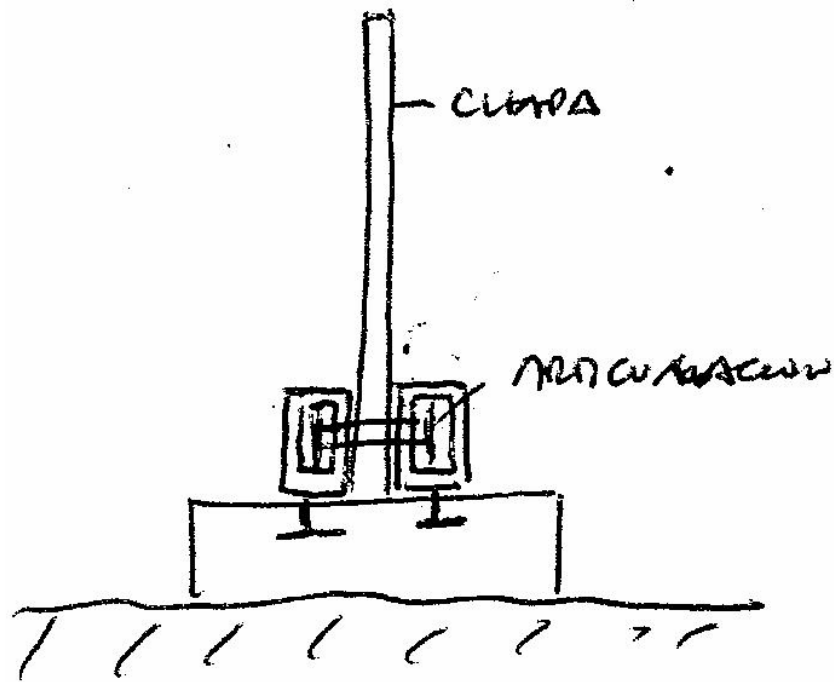
- SIMPLES o MÓVILES
- DOBLES o FIJOS
- TRIPLES o EMPOTRAMIENTOS

- Los vínculos simples SUPRIMEN UN GRADO DE LIBERTAD DE LA CHAPA.
- Los vínculos dobles SUPRIMEN DOS GRADOS DE LIBERTAD DE LA CHAPA.
- Los vínculos triples SUPRIMEN TRES GRADOS DE LIBERTAD DE LA CHAPA.

- Un VÍNCULO SIMPLE se indica con la figura 1 o más simplemente como en la figura 2.

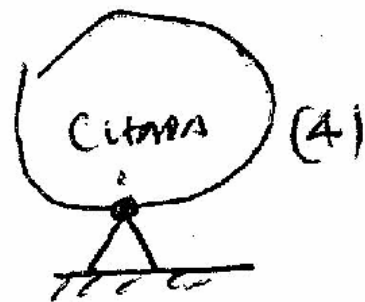
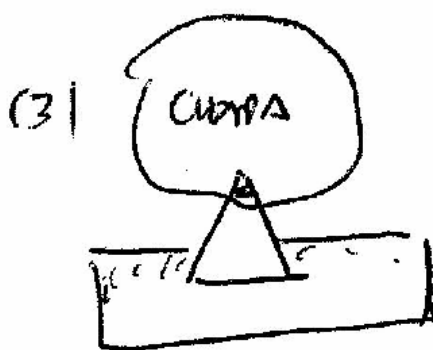


Prácticamente está constituido por un eje que atraviesa la chapa y que se apoya en dos rulemanes que giran dentro de dos perfiles \square que a su vez están firmemente unidos a la tierra sobre un pedestal.

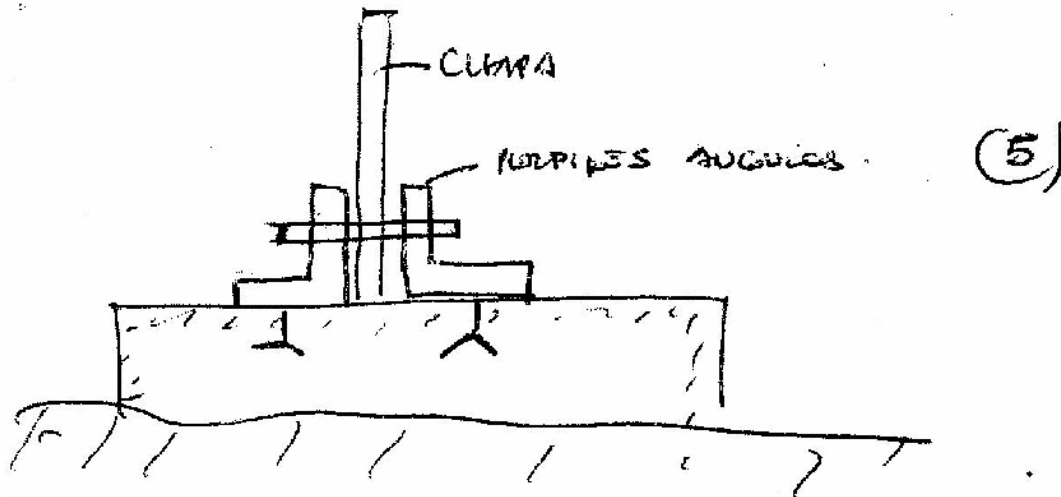


Ya dijimos que el vínculo simple sólo le quita a la chapa un grado de libertad, es decir que a la chapa le restan dos, lo que se materializa en desplazamiento en una dirección paralela plano de deslizamiento y en giros alrededor de la articulación

- Un VÍNCULO DOBLE O FIJO: le suprime a la chapa dos grados de libertad. En la figura 3 vemos un vínculo de este tipo cuya representación se acostumbra a efectuar en forma más simple como se indica en la figura 4.



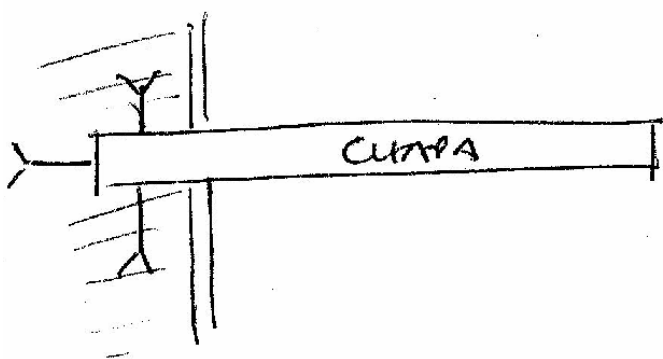
En la práctica un VÍNCULO doble podría materializarse en la forma que indica la figura 5 donde la chapa firmemente unido a la tierra a través de un eje que hace de articulación, que es solidario con dos perfiles ángulos vinculados rígidamente a la tierra.



Ya dijimos que el apoyo doble o fijo le suprime a la chapa dos grados de los tres de libertad que posee.

Es como si en el análisis anterior teórico le fijamos a la chapa dos de las coordenadas de un punto. En un caso así la chapa ÚNICAMENTE podría girar alrededor de dicho punto.

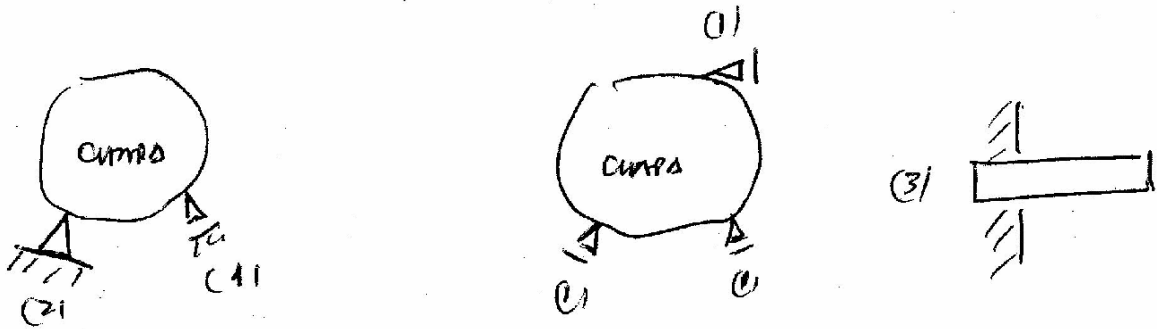
- Por último un VÍNCULO TRIPLE o EMPOTRAMIENTO : es el que suprime los tres grados de libertad de la chapa.



Un empotramiento evita desplazamiento en las direcciones de dos ejes perpendiculares y también el giro de la chapa, la que está totalmente inmovilizada, debido a que un empotramiento suprime los tres grados de libertad que posee la chapa.

De todo lo expresado hasta ahora se llega a la conclusión de que UNA CHAPA QUEDARÁ FIRMEMENTE UNIDA A LA TIERRA CUANDO LOS VÍNCULOS QUE SE LE COLOQUEN SUPRIMAN O COMO MÍNIMO, TANTO GRADOS DE LIBERTAD COMO POSEE LA CHAPA.

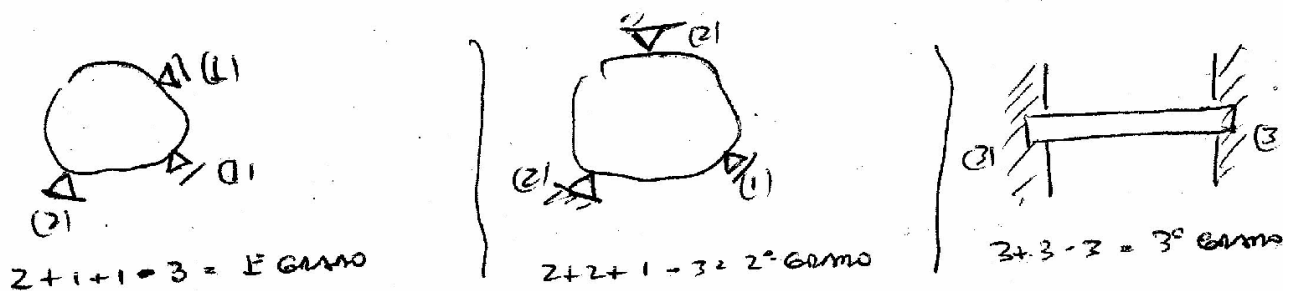
Ejemplo:



Cuando las estructuras tienen vínculos que le suprimen tantos grados de libertad como los que posee la chapa, se dice que las estructuras están “VINCULADAS ISOSTÁTICAMENTE”

Cuando las estructuras poseen vínculos que le suprimen MÁS GRADOS DE LIBERTAD de los que posee, se dice que las estructuras están “VINCULADAS HIPERESTÁTICAMENTE”

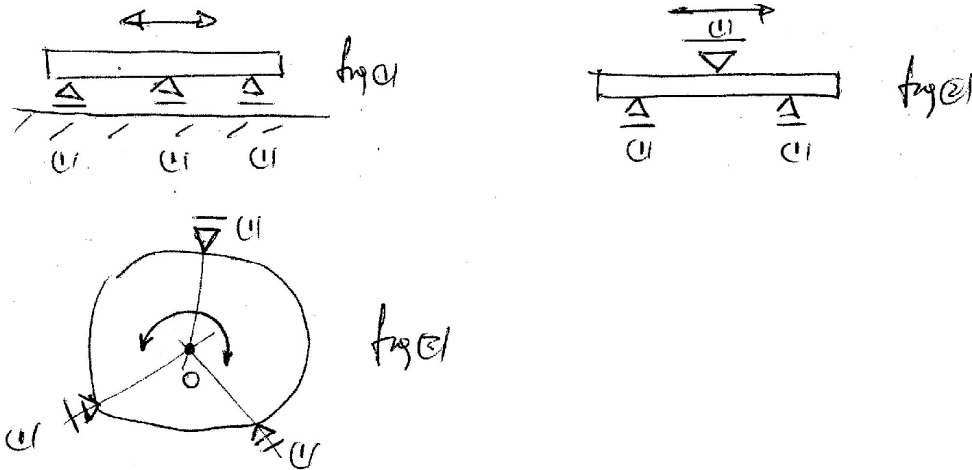
Se denomina GRADO DE HIPERESTATICIDAD a la diferencia que existe entre los grados de libertad que suprimen los vínculos de una chapa o estructura con los que ésta posee.



“NUESTRO ESTUDIO VA A ESTAR LIMITADO A LAS ESTRUCTURAS ISOSTATICAMENTE VINCULADAS”.

- VÍNCULOS APARENTES

No es suficiente para inmovilizar una estructura colocarle como mínimo los vínculos que le supriman los grados de libertad ya que también es necesario que los vínculos estén bien proyectados, pues de lo contrario constituirían lo que se denomina vínculos aparentes.



- La flecha indica el desplazamiento de la chapa a pesar de tener los vínculos necesarios para suprimir los grados de libertad de la chapa.

- REACCIONES DE VÍNCULOS

Las chapas representan estructuras y las estructuras están destinadas a soportar todas las fuerzas que en forma permanente o accidental actúan sobre las mismas.

A las fuerzas permanentes o accidentales se las denominan “FUERZAS ACTIVAS”, y cuando estas cargas actúan en los vínculos se producen las llamadas “REACCIONES DE VÍNCULOS”.

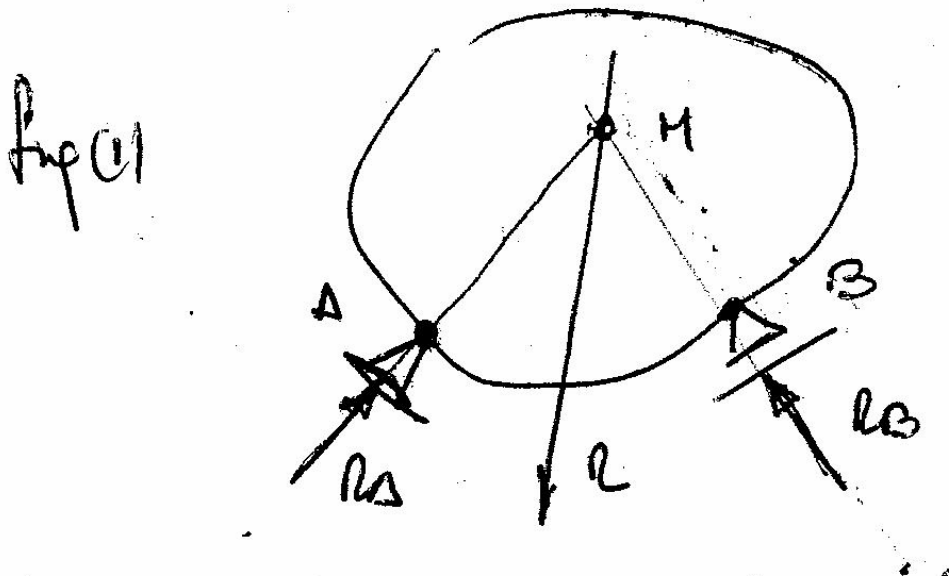
El calculista debe realizar una perfecta estimación de las cargas activas para luego proceder al cálculo de las denominadas REACCIONES DE VÍNCULO.

El conjunto de cargas activas y reactivas debe estar en equilibrio cuando dos estructuras están ISOSTATICAMENTE VINCULADAS.

De lo expresado, el cálculo de las reacciones VINCULOS se realiza en forma gráfica o analítica haciéndole cumplir al conjunto de cargas (ACTIVAS Y REACTIVAS), las condiciones de EQUILIBRIO ya estudiado

Cuando las estructuras están vinculadas hiperestáticamente las condiciones de equilibrio estudiadas NO SON SUFICIENTES para determinar las reacciones de vínculo, siendo necesario recurrir al estudio de las deformaciones, por lo que escapa al alcance de nuestro curso.

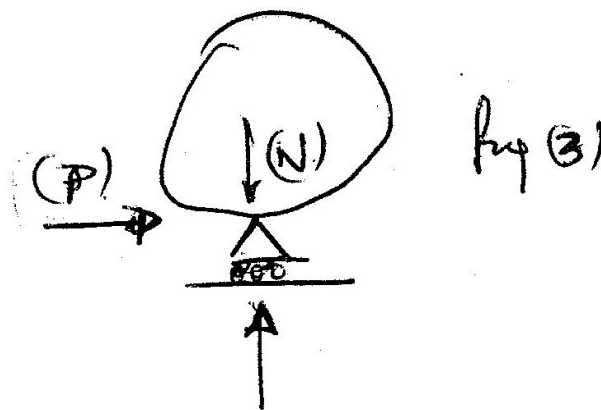
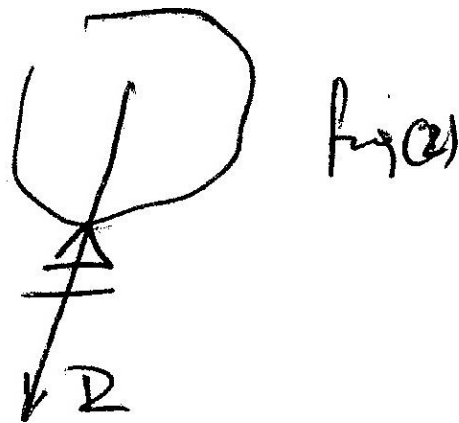
- 1- Determinación de las reacciones de vínculo en una chapa sustentada por un apoyo fijo A y uno móvil B (método gráfico)



Al sistema de cargas ACTIVAS, que actúan sobre la chapa lo reemplazamos por su resultante R.

Debemos equilibrar lo resultante R con las reacciones de vínculos A y B.

Dado una chapa representada por un apoyo móvil sometido a un sistema de carga de resultante R y suponiendo que R pasa por dicho apoyo móvil, esa resultante la podemos considerar descompuesta en dos direcciones, una paralela al plano de deslizamiento (P) y otro normal al plano de deslizamiento (N), figuras 2 y 3



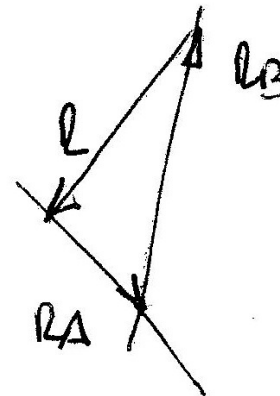
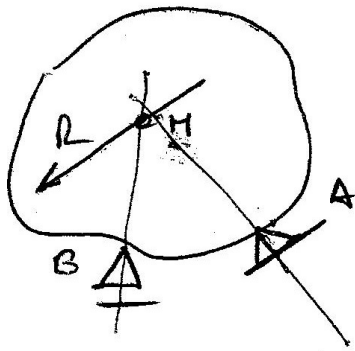
Lo normal al plano de deslizamiento produce una reacción igual y contraria ($R=-N$), mientras que la fuerza P no provocará en el vínculo ninguna reacción ya que constructivamente está imposibilitado de ejercer reacciones en esa dirección. Lo que la fuerza P va a producir es un desplazamiento de la chapa en su dirección (plano de deslizamiento).

LA CONCLUSIÓN FINAL a la que se quiere llegar con este análisis es que UN APOYO MÓVIL O SIMPLE ÚNICAMENTE PUEDE GENERAR REACCIONES DE VÍNCULOS DE DIRECCIÓN NORMAL AL PLANO DE DESLIZAMIENTO.

La conclusión anterior ya nos permite conocer de la reacción en B uno de los elementos que definen a dicha fuerza reactiva (su DIRECCIÓN).

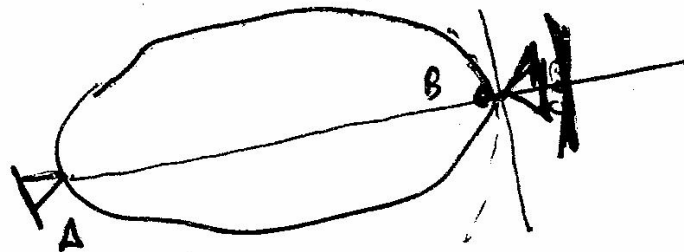
La dirección de la reacción en B, intercepta a R en el punto M, figura A, lo que automáticamente determina la dirección de la reacción A, siendo esa dirección lo que resulta de unir M con A, ello se debe a que también la reacción del vínculo en A debe pasar por A y por M para conformar un SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTES (única posibilidad de equilibrio de tres fuerzas).

Conocidas las direcciones de RA y RB es muy fácil por medio del polígono de fuerzas determinar los sentidos e intensidad de las reacciones.



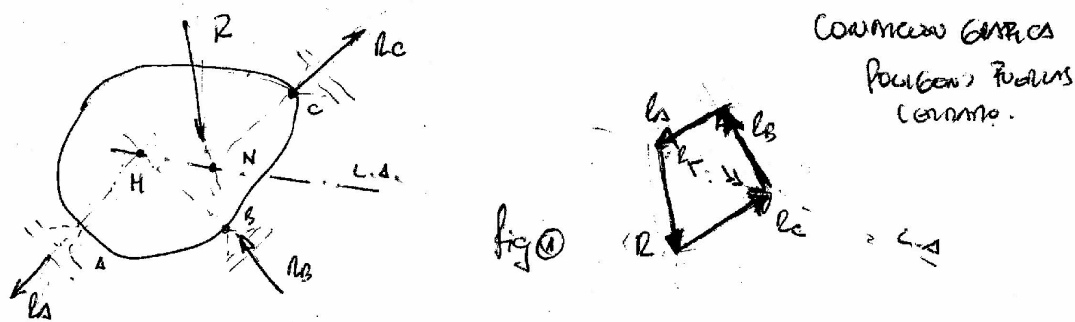
Acotación Sobre VÍNCULO APARENTE

Una chapa a la que se la sustenta mediante un apoyo FIJO y otro MÓVIL, también pueden estos vínculos CONSTITUIRSE EN APARENTES, ello ocurre si al colocar EL VÍNCULO MÓVIL EN "B" su PLANO DE DESPLAZAMIENTO ES PARALELO A LA TANGENTE A LA TRAYECTORIA CIRCULAR QUE PODRÍA DESCRIBIR EL PUNTO "B".



2- Determinación de las reacciones de vínculos en una chapa suspendida por tres apoyos móviles.

Método Gráfico.



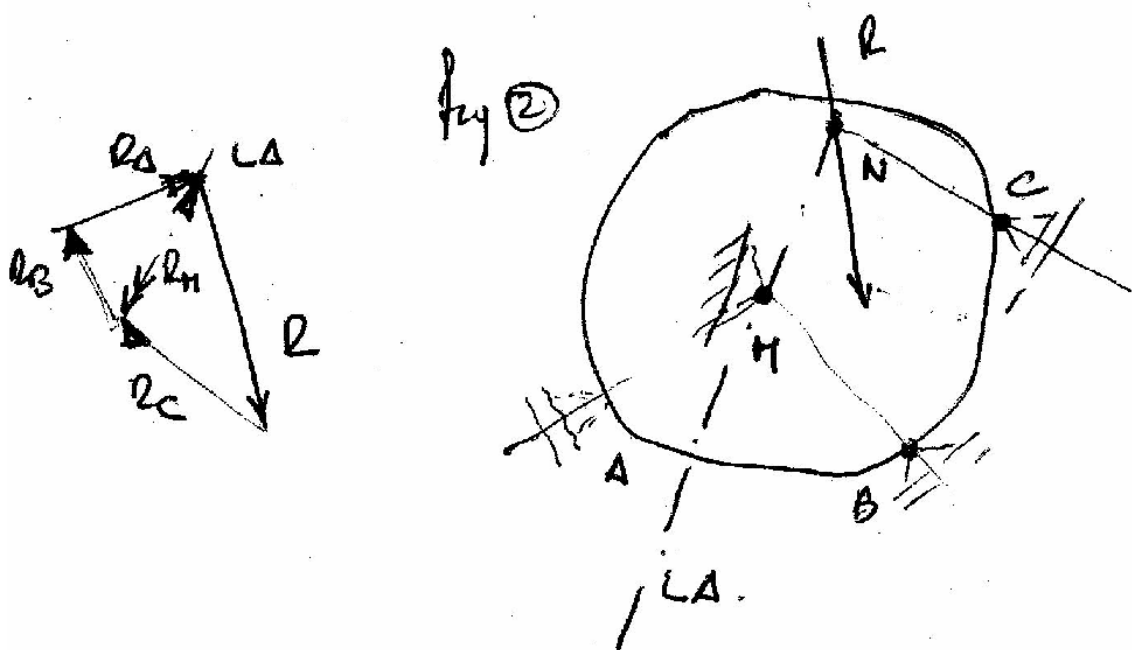
Si la sustentación de la chapa lo constituyen TRES APOYOS MÓVILES, figura 1, la determinación gráfica de las reacciones de vínculos se efectúa de la siguiente manera:

- Hallada la RESULTANTE R de las fuerzas activas (EXTERIORES) y puestas en evidencia las reacciones en los tres vínculos, que denominamos R_A , R_B y R_C , EL EQUILIBRIO DE LA CHAPA exige que el SISTEMA constituido por las fuerzas exteriores activas y reactivas se halla también en EQUILIBRIO.

El problema se reduce entonces a equilibrar R mediante tres fuerzas cuyas rectas de acción pasen por los puntos de la chapa en que se hallan aplicados los apoyos móviles, y cuyas direcciones SEAN NORMALES A LAS DE ÉSTOS ÚLTIMOS.

- Aplicando el procedimiento de CULLMAN, hallamos primero el PUNTO M de intersección de dos de las rectas de acción de las reacciones incógnitas, y luego el determinado por la recta de acción de R y la recta reacción de la tercera reacción (PUNTO M).

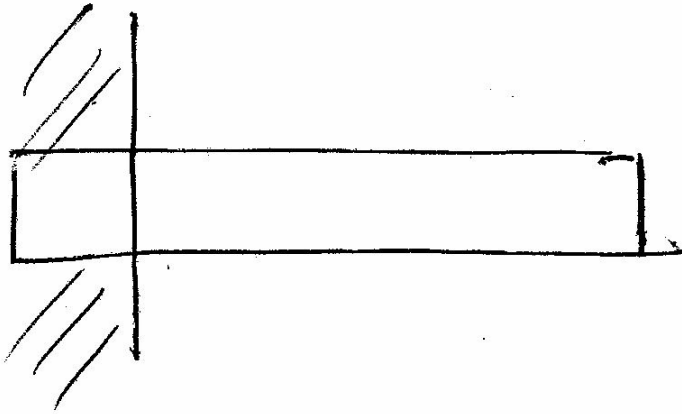
- Definida en esta forma la RECTA DE ACCIÓN DE LA COMPONENTE AUXILIAR, se procede en la forma conocida, cuidando solamente en el POLÍGONO DE FUERZAS, de dar a los vectores representativos de las fuerzas LOS SENTIDOS QUE CONDUZCAN A UN POLÍGONO CERRADO, POR CUANTO LO QUE SE BUSCA SON EQUILIBRANTES Y NO COMPONENTES. En este caso, la determinación de las reacciones de vínculo puede efectuarse mediante la aplicación del PROCEDIMIENTO DE CULLMAN. Además, hemos visto que, a los efectos de la SUSTENTACIÓN DE UNA CHAPA, dos apoyos móviles SON EQUIVALENTES a un apoyo fijo aplicado en el punto de intersección de las normales a las direcciones de los primeros. En consecuencia, los apoyos móviles A y B de la chapa, figura 2, equivalen a un apoyo FIJO FICTICIO APLICADO EN M.



Determinamos ahora las reacciones de vínculos en M y C en la forma vista anteriormente y luego la reacción M la descomponemos en dos componentes de direcciones AM y BM, que constituyen las reacciones de vínculo en los apoyos A y B.

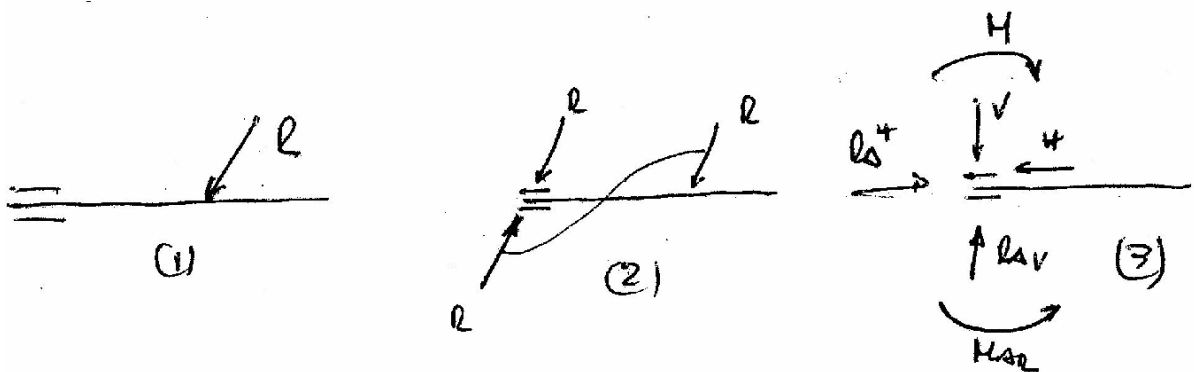
3- Determinación de las reacciones de vínculos en una chapa sustentada a tierra mediante un empotramiento.

Método Gráfico



Supongamos una chapa Empotrada como el de la figura y al igual que en los casos anteriores llamamos \underline{R} a la resultante de las cargas activas.

Presentado así el problema parece difícil imaginar las acciones que esa fuerza provoca sobre el VÍNCULO, para encontrar o determinar las reacciones que debe producir el vínculo para conseguir EL EQUILIBRIO DE LAS CARGAS ACTIVAS Y REACTIVAS. Por lo dicho presentamos el problema de otra manera para que queden bien en evidencia las acciones de \underline{R} sobre el vínculo y sus correspondientes reacciones.



En la figura 1 está graficado el problema en forma general. En la figura 2, hemos trazado el vínculo una línea paralela a la resultante "R" y sobre ella hemos aplicado dos fuerzas paralelas de igual intensidad y sentido contrario por lo que no hemos ALTERADO PARA NADA LAS CONDICIONES DEL PROBLEMA.

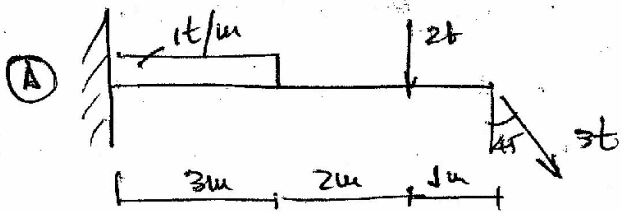
Por otra parte, podemos decir que figura 1= figura 2.

Dos de las fuerzas R forman un PAR O CUPLA y la tercera fuerza R la descompongo en dos direcciones que llamo FUERZA V y FUERZA H.

En la figura 3 tengo representado el problema de una nueva forma. la figura 3 nos muestra claramente que para que haya EQUILIBRIO EL VÍNCULO DEBE PRODUCIR ESTAS REACCIONES.

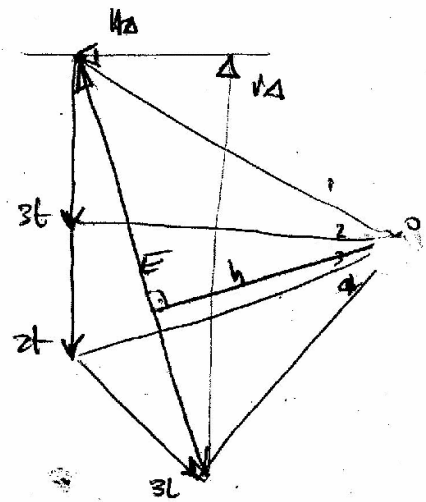
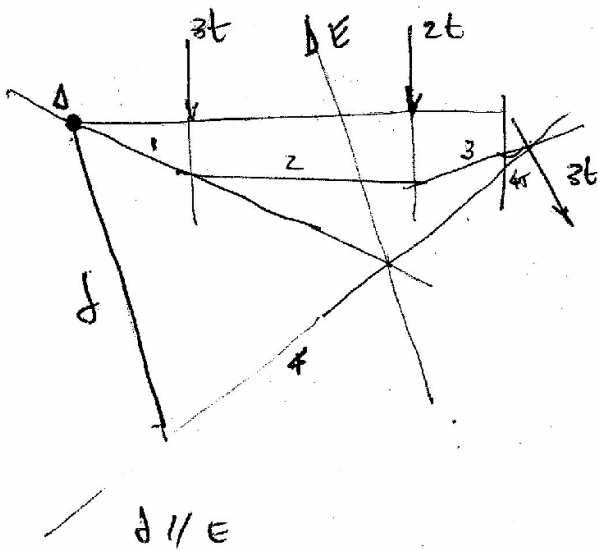
$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\Delta}^H = -H \\ R_{\Delta}^V = -V \end{array} \right. \quad M_{\Delta}^L = -M$$

Ahora vamos a ver en un ejemplo práctico como se determinan las reacciones de vínculos en un empotramiento en forma GRÁFICA.



esc. 7. $1t/c$

esc. 9. $\frac{1m}{1c}$



RESULTADOS

$$H_A = 2200 \times 1t/c = \boxed{2t}$$

$$V_A = 7150 \times 1t/c = \boxed{715t}$$

$$M_A^e = 5,5c \times 4,55c \times 1t/c \times \frac{1m}{c} = \boxed{27,23 \text{ tm}}$$

4- Determinación de las reacciones de vínculo en un sistema de una chapa.
Solución analítica.

La determinación ANALÍTICA DE LAS REACCIONES DE VÍNCULO DE UNA CHAPA ISOSPATICAMENTE SUSTENTADA conduce a la aplicación de las condiciones de equilibrio de un SISTEMA PLANO DE FUERZAS.

Esto nos dice que tanto reacciones de vínculo y fuerzas exteriores activas constituyen un sistema plano de fuerzas que debe encontrarse en equilibrio.

Condiciones analíticas NECESARIAS y SUFICIENTES para el equilibrio de un SISTEMA DE FUERZAS NO CONCURRENTES EN EL PLANO SON TRES.

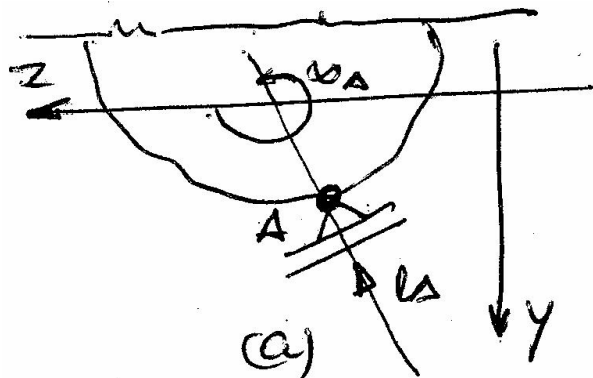
En consecuencia, la aplicación de las mismas conducirá a la solución del problema de la determinación de las reacciones de vínculo siempre que el NÚMERO DE INCÓGNITAS INVOLUCRADAS SEAN TAMBIÉN TRES.

¿Veamos si ello cumple efectivamente para las CHAPAS ISOSPATICAMENTE SUSTENTADAS?

A) Apoio móvil o simple

Aquí se definen dos de los tres parámetros necesarios para definir una fuerza.

- Un punto de su recta de acción
- Su argumento
- Incógnita:
INTENSIDAD?



Esto nos dice que la determinación de la REACCIÓN DE VÍNCULO EN UN APOYO MÓVIL INVOLUCRA LA EXISTENCIA DE UNA INCÓGNITA.

B) Apoyo doble o fijo

En un apoyo fijo, la reacción puede tener cualquier DIRECCIÓN, ya que sólo se le impone la condición de que su recta de acción pase por el punto donde se encuentra aplicado el APOYO FIJO.

Se conoce solamente UN PARÁMETRO: UN PUNTO DE SU RECTA DE ACCIÓN.

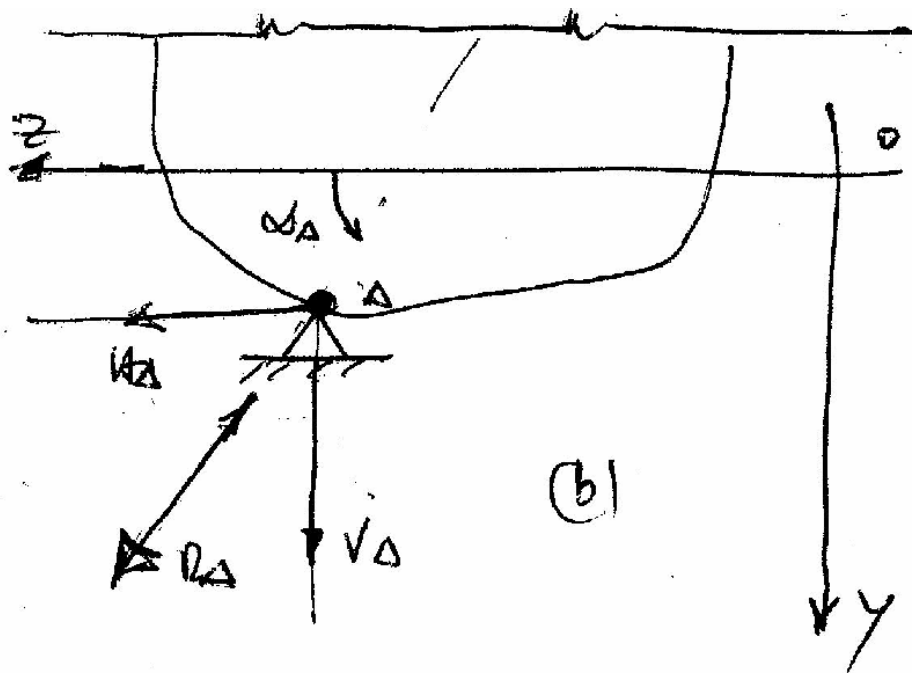
INCÓGNITAS:

- ARGUMENTO.
- INTENSIDAD.

Esto implica que la determinación de LA REACCIÓN DE VÍNCULO EN UN APOYO FIJO INVOLUCRA LA EXISTENCIA DE DOS INCÓGNITAS.

Ellas son las componentes de la reacción de vínculo según dos direcciones ortogonales:

- VERTICAL
- HORIZONTAL



C) Empotramiento o apoyo triple:

La reacción de vínculo en un empotramiento implica la existencia de TRES INCÓGNITAS, puede tener cualquier recta de acción, intensidad y dirección.

Esto nos dice que para definirla se debe conocer:

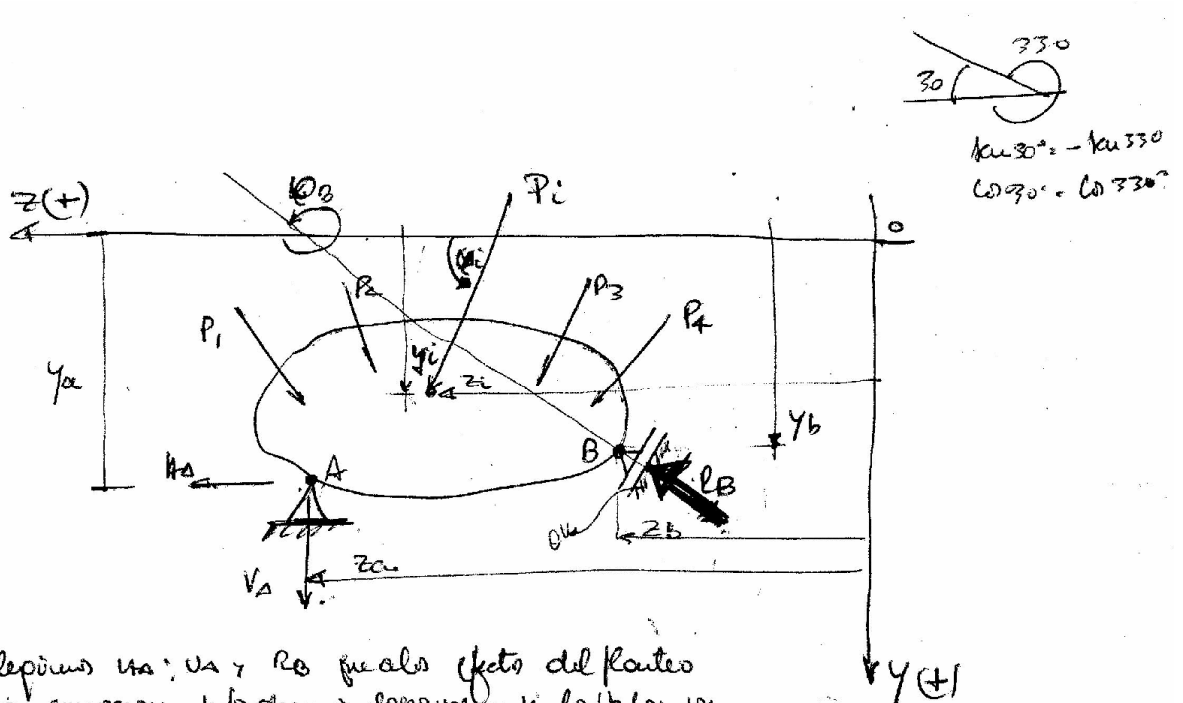
- 1- un punto de su recta de acción
- 2- su argumento (dirección)
- 3- su intensidad.

También pueden ser como incógnitas:

- 1- El par de empotramiento.
- 2- Las intensidades de los componentes según dos direcciones ortogonales.

De lo anterior surge que: DETERMINACIÓN DE LAS REACCIONES DE VÍNCULO DE UNA CHAPA ISOSTATICAMENTE SUSTENTADA, SUJETA A LA ACCIÓN DE UN SISTEMA CUALQUIERA DE FUERZAS, CONSTITUYE SIEMPRE UN PROBLEMA DE TRES INCÓGNITAS Y QUE POR LO TANTO, PODRÁ SER RESUELTO MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE LAS CONDICIONES DE EQUILIBRIO DE LOS SISTEMAS PLANOS DE FUERZAS NO CONCURRENTES. Se dice que una CHAPA ES ESTÁTICAMENTE DETERMINADA cuando las incógnitas que implica la existencia de los vínculos pueden determinarse mediante las ECUACIONES derivadas de la aplicación de las CONDICIONES DE EQUILIBRIO DE LOS SISTEMAS PLANOS DE FUERZAS.

D) Determinación de reacciones de vínculos en una chapa isopápticamente sustentada, mediante un apoyo móvil y otro fijo.



«Elleprimos u_a , u_b y R_b que los efectos del flanco de la curvatura, hincándose formal y k lo habra un repalio hupfio que el kulo adoplido es unca.

Las condiciones analíticas de equilibrio de los sistemas planos no concurrentes pueden expresarse de tres formas distintas.

- dos condiciones de nulidad de proyecciones sobre dos ejes una condición de nulidad de momentos respecto de un punto cualquiera del plano.
- dos condiciones de nulidad de momento respecto de dos puntos cualesquiera del plano y una condición de nulidad de proyecciones respecto de un eje que no sea normal a la DIRECCIÓN DEFINIDA POR LOS DOS PUNTOS.
- Tres condiciones de nulidad de momento respecto de tres puntos no alineados.

Nosotros a modo de ejemplo adoptamos el primer caso (a)

$$\left. \begin{aligned} (\sum F_x) \quad H_A + R_B \cos \theta_B + \sum_{i=1}^n P_i \cos \theta_i &= 0 \\ (\sum F_y) \quad V_A + R_B \sin \theta_B + \sum_{i=1}^n P_i \sin \theta_i &= 0 \end{aligned} \right\} \textcircled{1}$$

Con el objeto de simplificar la ecuación de momentos, elegimos como centro de momentos el punto A, por lo cual se anulan H_A y V_A .

$$\left. \begin{aligned} (+\curvearrowright) \quad R_B [\sin \theta_B (z_A - z_B) - \cos \theta_B (y_A - y_B)] \\ + \sum_{i=1}^n P_i [\underbrace{\sin \theta_i (z_A - z_i) - \cos \theta_i (y_A - y_i)}_{\text{PROYECCION VERTICAL}}] &= 0 \end{aligned} \right\} \textcircled{2}$$

Conviene siempre empezar determinando o resolviendo la ecuación 2, porque posee una sola incógnita R_B , para luego aplicar las ecuaciones 1 y determinar H_A y V_A .

Si en lugar de adoptar como incógnita H_A y V_A de la reacción R_A hubiésemos elegido su argumento y su intensidad las ecuaciones 1 tomarían la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \sum F_x \quad R_A \cos \theta_A + R_B \cos \theta_B + \sum_{i=1}^n P_i \cos \theta_i &= 0 \\ \sum F_y \quad R_A \sin \theta_A + R_B \sin \theta_B + \sum_{i=1}^n P_i \sin \theta_i &= 0 \end{aligned}$$

La ecuación de momentos es la misma ecuación 2.

Aquí no quedaría un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Se utilizaría como incógnita H_A y V_A , el valor de las reacciones se obtiene de la expresión:

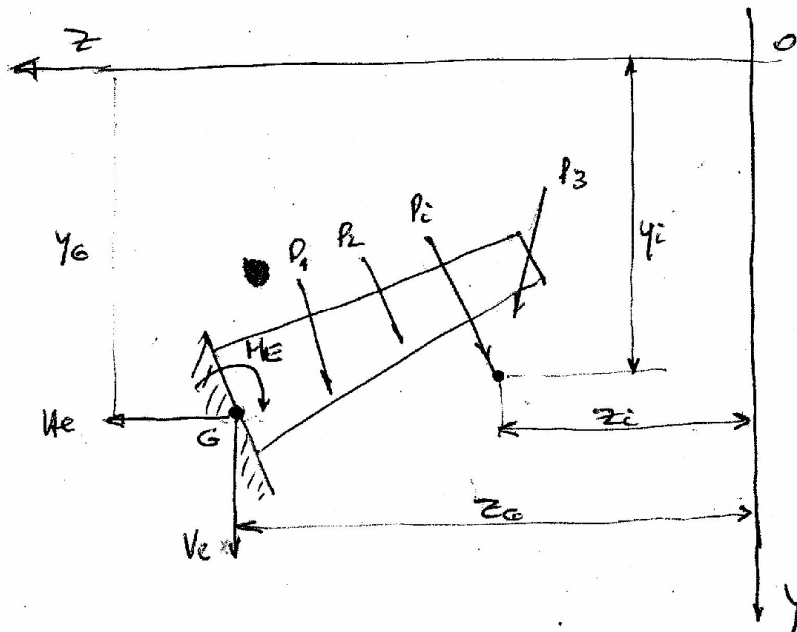
$$|R_A| = \sqrt{H_A^2 + V_A^2}$$

Y su dirección:

$$\tan \theta_A = \frac{V_A}{H_A}$$

Quedando así completamente definido R_A .

E) Determinación de reacciones de vínculos en una chapa isostáticamente sustentada, mediante un empotramiento.



Ecuación de proyección:

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma(F_x) \quad \sum_{i=1}^n P_i \cos \theta_i + H_e = 0 \\ \Sigma(F_y) \quad \sum_{i=1}^n P_i \sin \theta_i + V_e = 0 \end{array} \right\}$$

Se entiende nula la proyección del par de empotramiento sobre ambos ejes.

Ecuación de momentos:

Eligiendo como centro de momentos el baricentro "G" de la sección de empotramiento.

$$\sum_{i=1}^n P_i [k_i \theta_i (z_0 - z_i) - \cos \theta_i (y_0 - y_i)] + M_e = 0$$

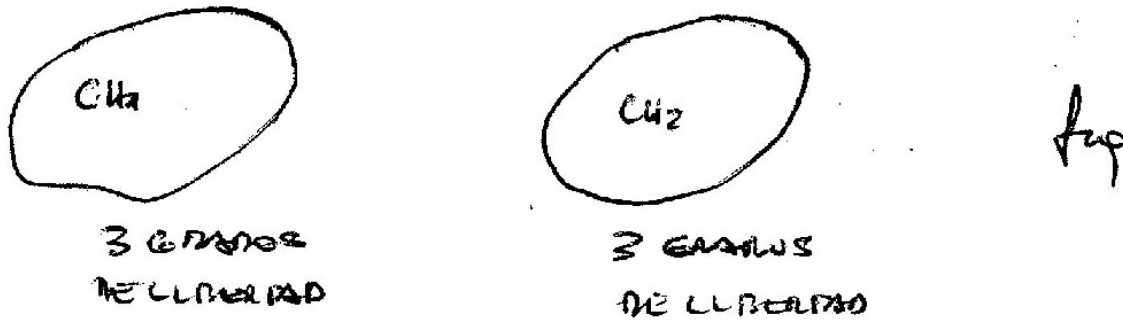
Las tres ecuaciones son independientes, con una incógnita cada una y nos permite despejar directamente los valores H_e , V_e , M_e . la reacción R_e queda definida mediante las expresiones siguientes:

$$|R_e| = \sqrt{H_e^2 + V_e^2}$$

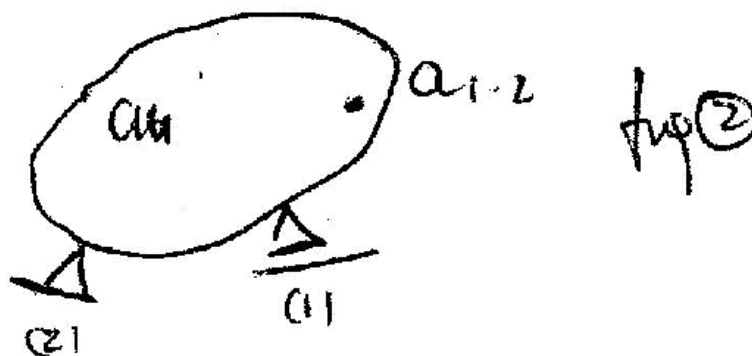
$$\theta_{R_e} = \frac{V_e}{H_e}$$

- CADENAS DE CHAPAS

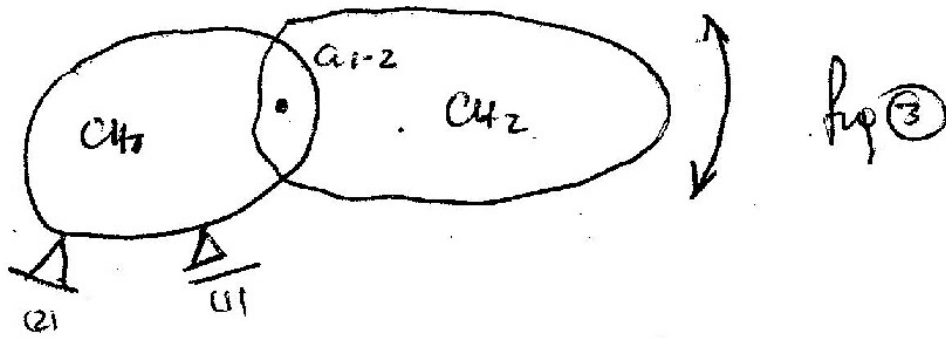
Supongamos tener dos chapas, independientes entre sí, de acuerdo a lo visto, esta chapa posee tres grados de libertad cada una de ellas, lo que significa que en conjunto poseen seis grados de libertad, figura 1.



Si a una cualquiera de las chapas le imponemos las condiciones de vínculos, materializadas por ejemplo, un apoyo fijo y un apoyo móvil, la chapa en cuestión quedará inmovilizada al igual que cualquier punto que le pertenezca como el punto (A_{1-2}) en razón de la definición de chapa., figura 2.

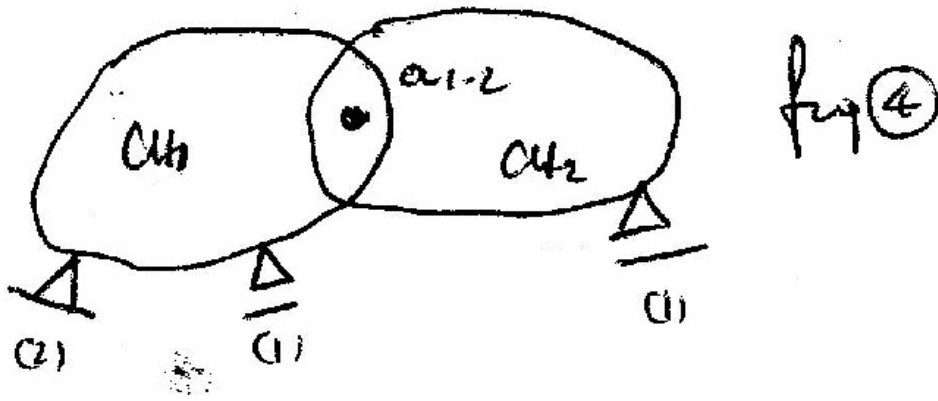


Si ahora a la chapa (2) la articulamos con la chapa (1) colocándole una articulación en a_{1-2} solamente, la chapa 2 podrá girar alrededor de (a_{1-2}), figura 3.



Si la chapa 2 puede girar, significa que la articulación está actuando o se está comportando para la chapa 2 como un VÍNCULO DOBLE.

Por lo dicho si queremos inmovilizarla también la chapa 2 deberemos imponerle una sola condición de vínculo, que podemos materializarlo con un VÍNCULO SIMPLE, figura 4.

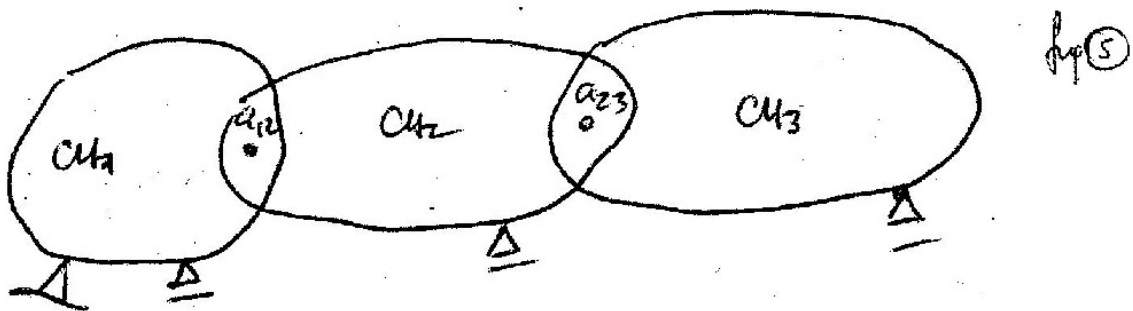


En resumen al conjunto de chapas llamado CADENAS, lo hemos inmovilizado imponiéndole CUATRO CONDICIONES DE VÍNCULOS, que son DOS MENOS que lo que tenía el conjunto en forma independiente.

Su articulación es pues un vínculo doble llamado “VÍNCULO INTERNO O RELATIVO”, mientras que los otros vínculos se denominan “EXTERNOS O ABSOLUTOS”.

Si las chapas son tres, actuando en forma independiente el conjunto tendrá nueve grados de libertad.

Si a la chapa 1, por ejemplo, le imponemos las tres condiciones de vínculos que la inmovilizan y a la chapa 2 también la inmovilizamos de acuerdo a lo visto, articulándola a la chapa 1 e imponiéndole la única condición de vínculo que le queda ; y por último si articulamos la chapa 2 y la chapa 3, la única posibilidad de movimiento que tendrá esta tercer chapa 3, será la de efectuar un giro alrededor de (a_{2-3}) , lo que podemos evitar imponiéndole a la chapa 3 una nueva condición de vínculo (simple), figura 5.



El conjunto de chapas independientemente posee nueve grados de libertad, y ha pasado a convertirse (articulaciones mediante) en una CADENA DE CHAPAS que queda inmovilizada imponiéndole cinco condiciones de vínculos (cuatro menos que las que tenía con forma independiente). Esto se debe a que cada articulación se comporta como un vínculo INTERNO que restringe dos grados de libertad cada uno.

Podríamos seguir haciendo indefinidamente este análisis pero no es necesario. En general, si tenemos "n" chapas los grados de libertad que posee la cadena estará dado por la expresión:

$$G = 3n - 2(n-1) = 3n - 2n + 2 = n + 2$$

$$G = n + 2$$

3 = Grados de libertad
para las chapas

2 = Restricciones por las articulaciones

n = n° de chapas

$(n-1)$ = n° de articulaciones