TEORÍA

TEMA 1

- Concepto Mecánico
- Concepto ESTÁTICA
- Hipótesis del Rigidez (concepto general)
- EQUILIBRIO DE FUERZAS
    - CONCEPTO DE FUERZAS
    - MAGNITUD
        - ESCALARES
        - VECTORIALES

- Elemento que definen con precisión a la magnitud de una fuerza (4)
- Hipótesis de la estática (2)
    - Hipótesis de la rigidez.
    - Una fuerza puede desplazarse a lo largo de su recta de acción sin que varíe su efecto.
- Sistema de fuerzas
    - Definición
    - Clasificación (4)
- Concepto de Resultante – Componentes – Equilibrantes
- Principios de la Estática (4)

Teoría de la Mecánica

Consta de dos pares

- Estática
- Resistencia de materiales

Tema 1

- Concepto de Mecánica: Parte de la física que estudia las fuerzas actuando sobre cuerpos sólidos, líquidos, gaseosos y el movimiento.
- Nosotros vamos a estudiar las fuerzas actuando sobre cuerpos sólidos. Esta parte se denomina ESTÁTICA[1]. Dichos cuerpos son considerados en la ESTATICA como rigidos e indeformables . En realidad , enla naturaleza no existen cuerpos absolutamente rigidos , constituyendo estos una concepción logica sin existencia real. Todos los cuerpos de la naturaleza se DEFORMAN EN MAYOR O MENOR GRADO BAJO LA ACCION DE LAS FUERZAS QUE LA SOLICITAN. Pero en el caso de los materiales usuales en las estructuras , las deformaciones que sufren (dentro de ciertos limites) , SON PEQUEÑAS Y PUEDEN NO SER TENIDAS EN CUENTA SIN MAYOR ERROR (Hipótesis de la Rigidez).

- Estudiamos ESTÁTICA porque el Ingeniero esta relacionado con los PROYECTOS y CONSTRUCCIÓN de las más diversas ESTRUCTURAS.
- En consecuencia, para que una ESTRUCTURA no se destruya es necesario, que todas las fuerzas ACTUANTES SOBRE LA MISMA ESTÉN EN EQUILIBRIO.
- Además el MATERIAL RESISTA A LAS FUERZAS EN EQUILIBRIO Y LO HAGA CON SEGURIDAD Y ECONOMÍA.

- Este segundo requisito lo estudia la RESISTENCIA DE LOS MATERIALES.
- Cuando hablamos de fuerzas hay que pensar en todas aquellas que son PERMANENTES o las que aparecen en forma accidental (vientos).

EQUILIBRIO DE FUERZAS

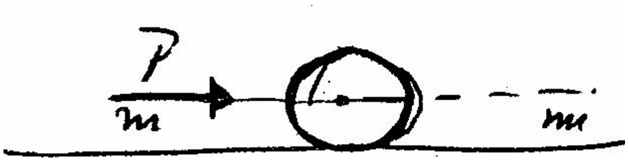
- CONCEPTO DE FUERZA: es una magnitud, es decir, es todo ENTE susceptible de ser medido.
- Existen dos clases de magnitudes
  - Escalares
  - Vectoriales

Las escalares: son aquellas que quedan perfectamente definidas dando un número y la Unidad correspondiente
Ejemplo: 5 litros

Las vectoriales: son aquellas en el que el número y la unidad correspondiente no son suficientes para que la *Magnitud quede bien definida*.

HIPÓTESIS DE LA RIGIDEZ: Supone invariable la distancia entre dos puntos de un cuerpo cuando este se encuentra sometido a la acción de FUERZAS.

Los elementos que definen con precisión a la magnitud de la Fuerza son CUATRO:
Consideremos la Fig. 1.1
Una esfera apoyado sobre una superficie plana y empujémoslo horizontalmente. La esfera tendera a desplazarse.



Ha modificado su estado de reposo por efecto de la acción exterior, moviéndose en el sentido en que la hemos ejercido. Ellos nos permiten establecer que para que una fuerza pueda perfectamente ser definida es necesario conocer 4 parámetros:

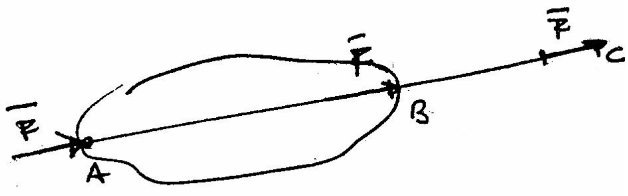
1. Intensidad De La Fuerza
2. Punto De Aplicación
3. Dirección
4. Sentido

1. INTENSIDAD DE LA FUERZA: se establece por comparación con un patrón, que se considera como la UNIDAD de fuerza. Los dos patrones de medida que se utilizan son el KILOGRAMO o LA LIBRA.
2. PUNTO DE APLICACIÓN: donde se encuentra aplicada la fuerza.
3. DIRECCIÓN: la recta m-m define la dirección en que la fuerza tiende a mover a la esfera.
4. SENTIDO: y el sentido de la misma será igual al sentido del movimiento impreso.

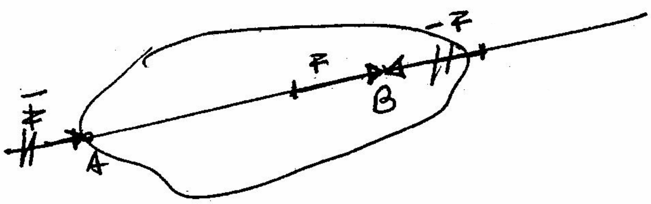
Siendo la fuerza una MAGNITUD DIRIGIDA será por consiguiente, una MAGNITUD VECTORIAL.

- **<u>HIPÓTESIS DE LA ESTÁTICA</u>**

1. Hipótesis de la Rigidez, expresa que todos los cuerpos son indeformables.
2. Una fuerza puede trasladarse a lo largo de su recta de acción sin que su efecto varíe.



La fuerza puede ser aplicada en A, B, o C y el efecto que ello produce no varia.



Cuando coloco en B dos fuerzas IGUALES, no altera el problema

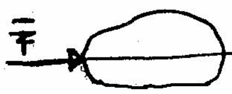


Figura (A)

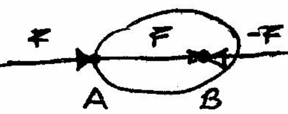


Figura (B)

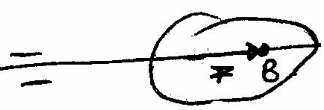


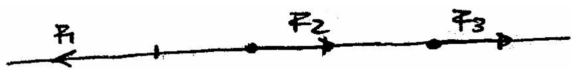
Figura (C)

- **SISTEMA DE FUERZAS:**

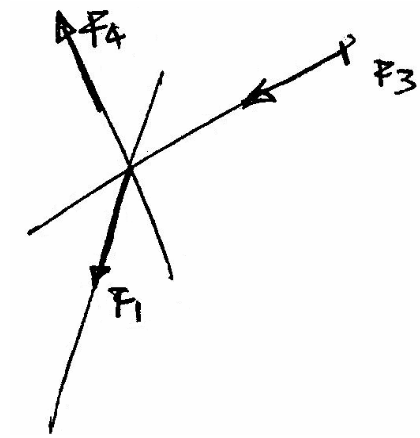
Dos o más fuerzas constituyen lo que denominamos un SISTEMA DE FUERZA.

Según la posición RELATIVA que guardan las fuerzas entre sí, clasificamos a los sistemas en:

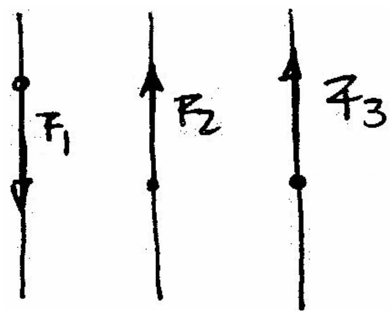
- SISTEMA DE FUERZAS COLINIALES: son aquellas en que todas las fuerzas están aplicadas sobre una misma recta.



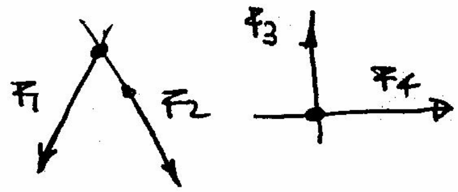
- SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTES: constituidas por fuerzas cuya RECTA DE ACCIÓN concurren a un mismo punto.



- SISTEMA DE FUERZAS PARALELAS: son las constituidas por fuerzas cuyas recta de acción son PARALELAS.



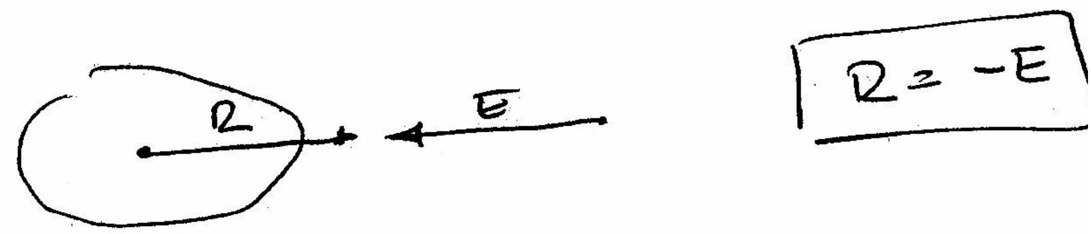
- SISTEMA DE FUERZAS NO CONCURRENTES: son las constituidas por fuerzas que no pertenecen a ninguno de los sistemas anteriormente definidos.



Resultantes: si tenemos un sistema de fuerzas cualesquiera actuando sobre un cuerpo y podemos reemplazar todas las fuerzas por una única, que cause el mismo efecto que todas las fuerzas del sistema, esa fuerza recibe el nombre de RESULTANTE.

- Componentes: las fuerzas que originan a la resultante reciben el nombre de COMPONENTES.

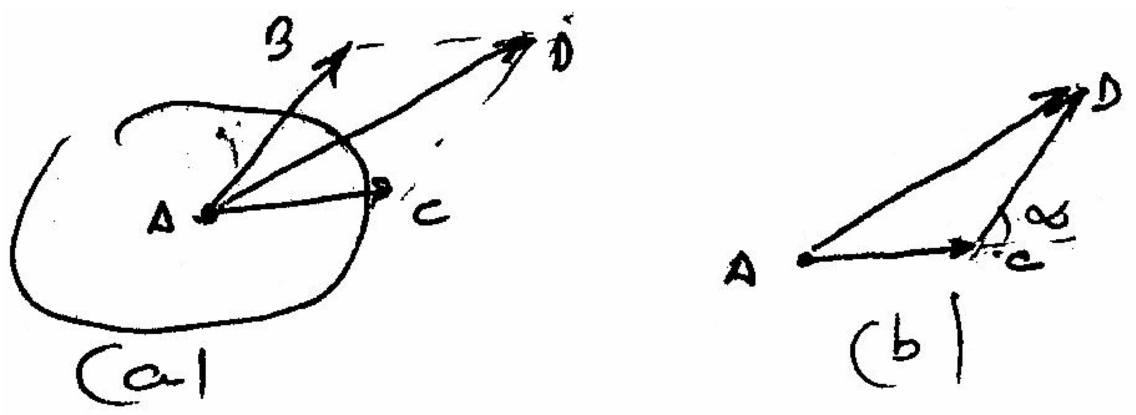
- Equilibrante: es una fuerza que siendo colineal con la resultante, tenga igual intensidad pero sentido contrario.



PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA

La solución de los diferentes problemas de la Estática se basa en la aplicación de diferentes AXIOMAS llamados PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA.

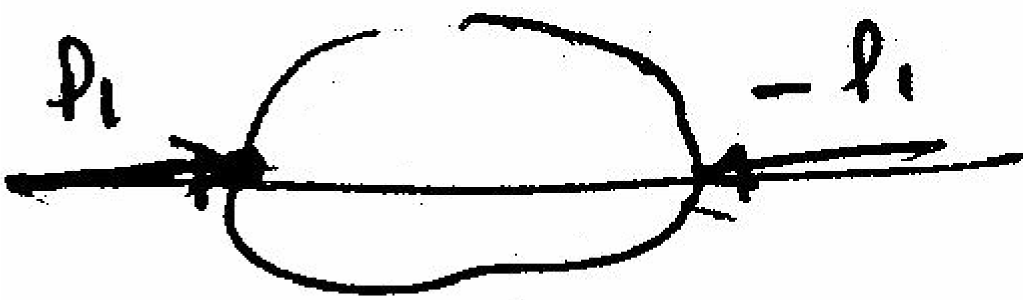
PRIMER PRINCIPIO: denominado el principio del paralelogramo de las fuerzas.
Si dos fuerzas representadas por los vectores $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ que forman un Angulo entre sí "$\underline{\propto}$" (Fig.)



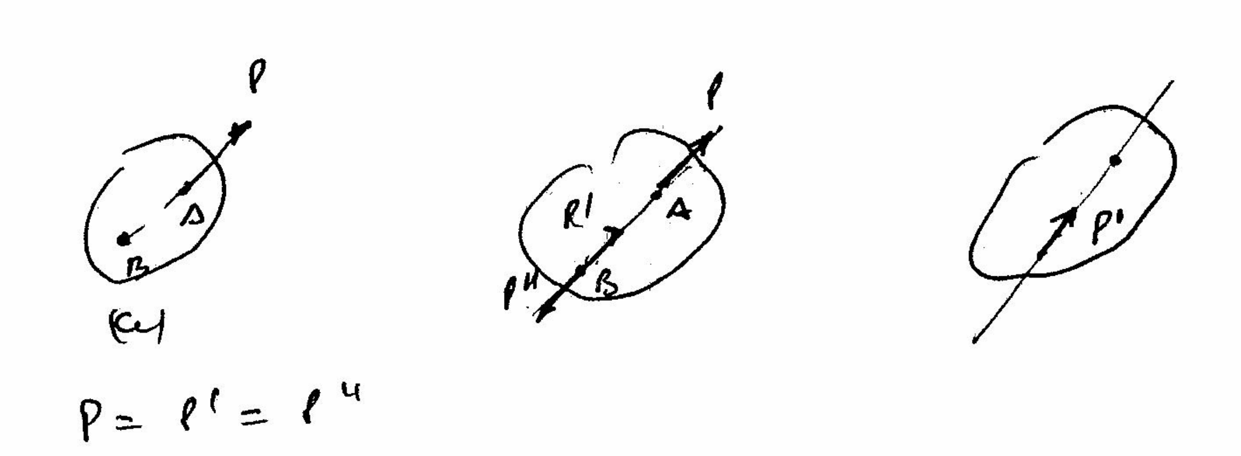
Están aplicadas a un cuerpo en el punto A, su acción es equivalente a la de una única fuerza, representado por el vector $\overline{AD}$, obtenido como diagonal del paralelogramo constituido sobre los vectores $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ y dirigido en la forma que indica la figura.
$\overline{AD}$ ➔ resultante de $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ (componentes) de la fuerza $\overline{AD}$.
De igual modo se puede construir el triangulo ACD (Fig. 3b), de aquí deducimos que el vector $\overline{AD}$ obtenido constituye la SUMA GEOMÉTRICA de los vectores $\overline{AC}$ y $\overline{CD}$. Ahora bien si el ángulo $\propto$ es infinitamente pequeño, deducimos que la RESULTANTE de dos fuerzas COLINEALES es igual a su SUMA ALGEBRAICA.

- Del principio del paralelogramo de las fuerzas, se deduce que dos fuerzas aplicadas en un punto pueden ser reemplazadas por su resultante que es equivalente a ellas.
- Dos fuerzas coincidentes solo pueden estar en equilibrio si su resultante es cero.

<u>SEGUNDO PRINCIPIO:</u> dos fuerzas pueden estar en equilibrio únicamente en el caso en que sean de igual magnitud y que actuando a lo largo de la misma recta de acción tengan sentidos opuestos.



<u>TERCER PRINCIPIO:</u> la acción de un sistema de fuerza dada no se altera, en modo alguno, si agregamos o quitamos a estas fuerzas cualquier otro sistema de fuerza en equilibrio.



De aquí surge el TEOREMA DE LA TRANSMISIBILIDAD DE UNA FUERZA, una fuerza P que actúa en el punto A de un cuerpo rígido (Fig., A) puede trasladarse a cualquier otro punto B de su recta de acción sin alterar el efecto de la fuerza sobre el cuerpo.

CUARTO PRINCIPIO: Cualquier presión ejercida sobre un apoyo, determina una presión igual y de sentido contrario por parte del apoyo, de manera que acción y REACCIÓN son dos fuerzas iguales y de sentido contrario.

TEORÍA

TEMA 2

- Concepto de composición y descomposición de fuerzas
- Composición de fuerzas según clasificación (4).Soluciones Graficas y Analiticas
    - Composición de fuerzas colineales
    - Composición de fuerzas concurrentes
    - Composición de fuerzas Paralelas
    - Composición de fuerzas no concurrentes

- Descomposición de una fuerza en dos direcciones no paralelas:
    - Las dos fuerzas concurren en el punto que pertenece a la recta de acción de las fuerzas.
    - Las dos fuerzas concurren en un punto que no pertenece a la recta de acción de la fuerza.

- Descomposición de una fuerza en dos direcciones paralelas:

- Descomposición de una fuerza en tres direcciones no concurrentes:

Tema 2

En muchos problemas de la Estática resulta más sencillo encontrar la Equilibrante, no de un sistema de fuerzas sino de una misma fuerza que lo remplace. Esa única fuerza es la RESULTANTE y el determinarlo se logrará por métodos GRÁFICOS Y ANALÍTICOS, llamados COMPOSICIÓN DE FUERZAS.

El proceso inverso a la composición de fuerzas es la DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS, en el cual reemplazamos una fuerza por varias otras que provocan el mismo efecto que la fuerza única.

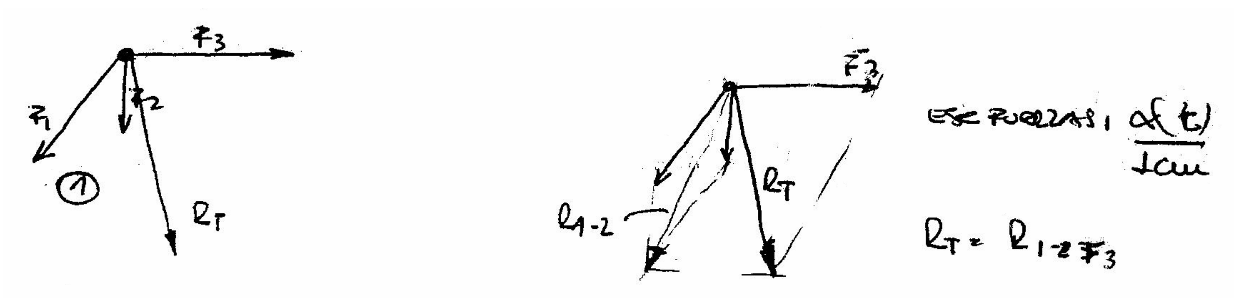
- **COMPOSICIÓN DE FUERZAS**

Es el más elemental de los métodos de composición de fuerza. Lo tenemos cuando las fuerzas son COLINIALES. En este caso la resultante es una fuerza que siendo COLINEAL con los componentes tiene por INTENSIDAD LA SUMA ALGEBRAICA DE LAS INTENSIDADES DE LOS COMPONENTES (Analíticamente).

GRAFICAMENTE: Esc de Fuerzas.

- COMPOSICIÓN DE FUERZAS CONCURRENTES: MÉTODO DEL PARALELOGRAMO. Metodo Grafico

Sea un sistema de fuerzas como el de la Fig. 1



1. Debemos elegir una escala de fuerzas adecuadas (que sea lo más grande posible)

2. A partir de un punto cualquiera se traza la paralela a la dirección de una cualquiera de las fuerzas. (F1)

3. Sobre dicha paralela representamos a F_1 de acuerdo a la escala adoptada.

4. Hacemos lo mismo con la dirección de otra cualquiera de las fuerzas (F_2) y la representamos en escala. Si por el extremo de (F_1) trazamos una paralela a la dirección de F_2 y viceversa, queda determinado un PARALELOGRAMO CUYA DIAGONAL ES LA RESULTANTE PARCIAL DE LAS FUERZAS F_1 Y F_2.

5. Para hallar la resultante total tendríamos que componer R_{1-2} con F_3 para la cual reiteramos el proceso constructivo tal como se indico en el dibujo. En la figura así construida quedan determinadas la
    a. Dirección
    b. Sentido
    c. Intensidad de la resultante $\therefore$

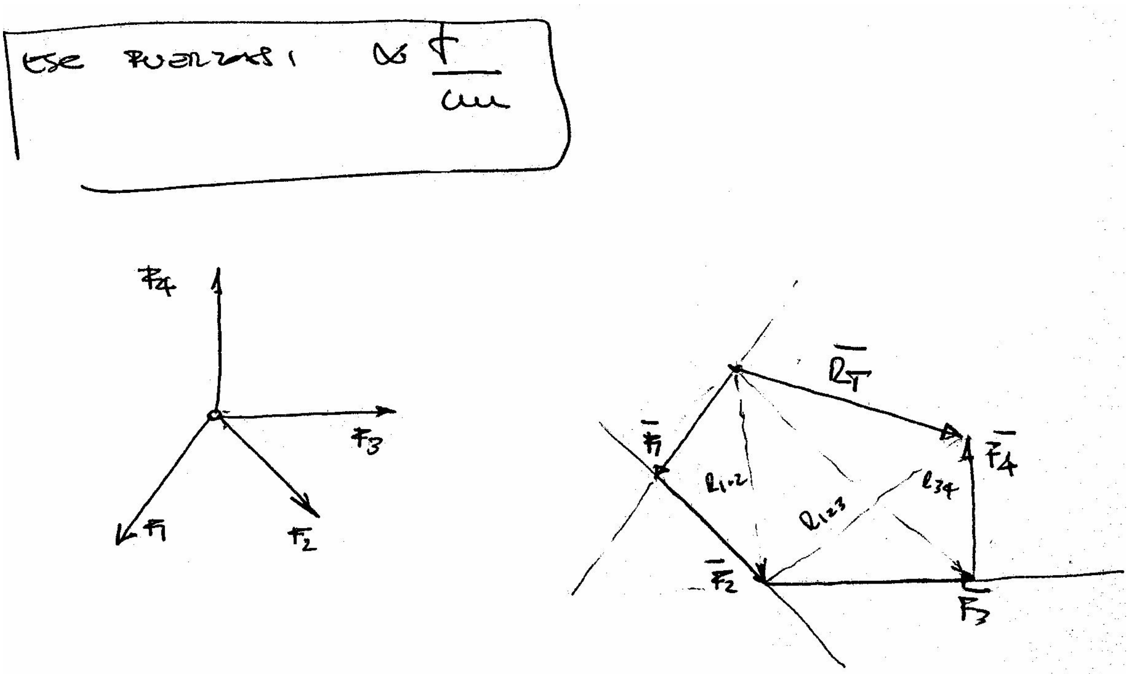
$$\boxed{R_T = \beta(cm) \times \alpha \frac{t}{(cm)} = \gamma(t}$$

- Se comprueba que un sistema de fuerzas concurrentes el punto de paso es el <u>PUNTO DE CONCURRENCIA</u> de las fuerzas del sistema.

- La resultante pasa por el punto de concurrencia, en un sistema de fuerzas concurrentes.

- MÉTODO DEL POLÍGONO DE FUERZAS (Metodo Grafico)

Sea un sistema de fuerzas concurrentes cualquiera, lo primero que debemos hacer es elegir una ESCALA DE FUERZAS ADECUADA, y luego a partir de un punto cualquiera, ir trazando paralelas a las direcciones de las fuerzas comenzando por una cualquiera de ellas, sobre dicho paralelo se representa la fuerza correspondiente a la escala adoptada.



Así se sigue hasta tener representadas todas las fuerzas. Procediendo en la forma indicada hemos construido un POLÍGONO CUYOS LADOS SON FUERZAS, de ahí el nombre de sistema.

Cuando el polígono tiene la forma de la figura se dice que es ABIERTO (sin la resultante).

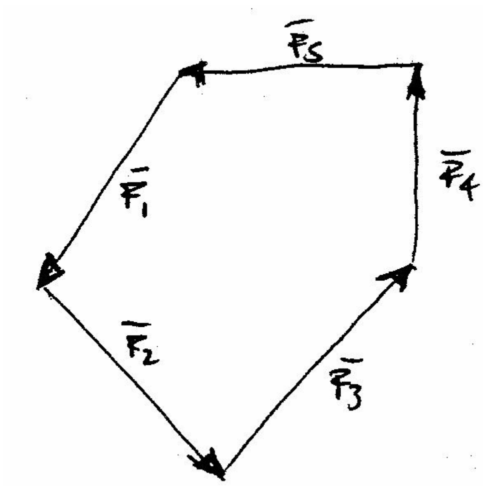
La resultante es el VECTOR que surge de unir el origen de la primera fuerza en el extremo de la última.

El polígono así dibujado nos determina tres de los elementos que definan al Vector fuerza (DIRECCIÓN, INTENSIDAD y SENTIDO).

El punto de paso de la resultante es como en todo sistema de fuerzas concurrentes, el punto de CONCURRENCIA. El método del polígono de fuerzas nos permite también hallar resultantes parciales. En la figura indicamos algunas de ellas.

- <u>PARTICULARIDADES DE ESTE MÉTODO</u>

Sea un sistema de fuerzas concurrentes a la que componemos mediante el método anterior.

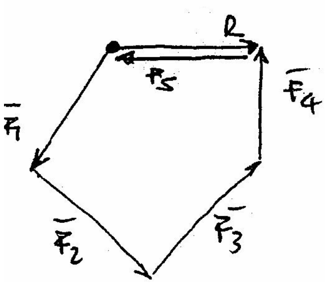


- Cuando el polígono de fuerzas tiene la forma de la figura se dice que es un polígono de FUERZAS CERRADO. En este caso la resultante es nula:

$$\boxed{\overline{R}_T = 0t}$$

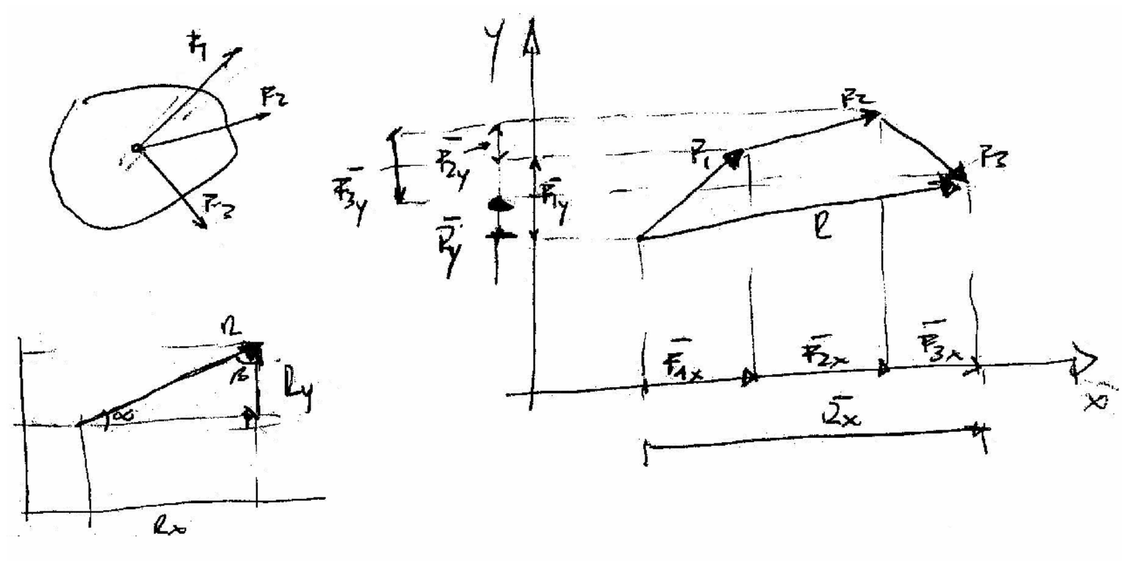
- A este sistema lo llamamos NULO. Si sobre un cuerpo en estado de reposo o de movimiento le aplicamos un sistema de fuerzas concurrente nulo NO VARIAMOS PARA NADA SU CONDICIÓN DE REPOSO O DE MOVIMIENTO.

- Vamos a demostrar que un sistema de fuerzas concurrentes nulo, CADA UNA DE LAS FUERZAS DEL SISTEMA ES LA EQUILIBRANTE DE LAS DEMÁS.
  Para ello supongo que una cualquiera de las fuerzas $(\overline{F_5})$ no existe, en ese caso el polígono de fuerzas sería ABIERTO y tendríamos la resultante indicad en la figura.



Pero ($\overline{F_5}$) existe y es COLINEAL con $\overline{R_{1234}}$, y tiene su misma intensidad y sentido contrario ∴ por definición $\overline{F_5}$ ES LA EQUILIBRANTE DE $\overline{R_{1234}}$, de aquí se demuestra que $\overline{F_5}$ es la EQUILIBRANTE DE $\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$, $\overline{F_3}$ y $\overline{F_4}$.-

- <u>TEOREMA DE LAS PROYECCIONES (Metodo Analitico)</u>



Supongamos tener un sistema de fuerzas concurrentes como el de la figura.

Supongamos que construimos el POLÍGONO DE FUERZAS y determinamos la RESULTANTE.

Si referimos el polígono a un par de ejes "<u>x</u>" e "<u>y</u>", y por el origen y extremo de cada una de estas fuerzas trazamos paralelas al eje "<u>y</u>", y al eje "x" , habremos determinado las llamadas PROYECCIONES DE LAS FUERZAS SOBRE DICHOS EJES.

Si proyectamos la resultante comprobamos que:

$$\boxed{\overline{F}_{1x} + \overline{F}_{2x} + \overline{F}_{3x} = \overline{R}_x}$$

Haciendo lo mismo sobre el eje "y", vemos que también se cumple:

$$\overline{F}_{1y} + \overline{F}_{2y} + \overline{F}_{3y} = \overline{R}_{y}$$

Si las FUERZAS APLICADAS FUERAN "N" FUERZAS ➔

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{F}_{ix} = \overline{R}_{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{F}_{iy} = \overline{R}_{y}$$

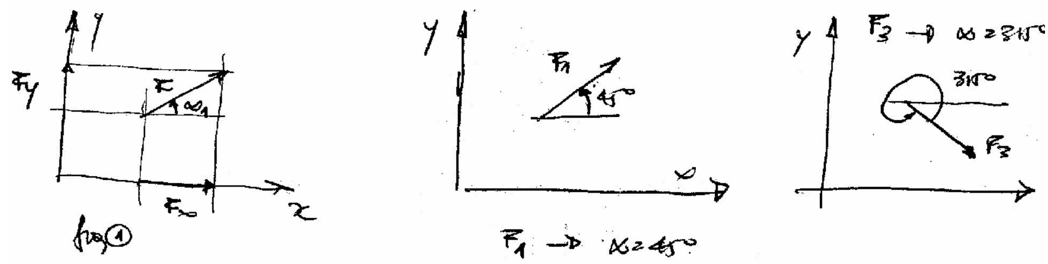
EXPRESIÓN MATEMÁTICA DEL TEOREMA DE LAS PROYECCIONES

$$R = \sqrt{\overline{R}_x^{2} + \overline{R}_y^{2}} \quad \text{(magnitud)}$$

$$\cos\alpha = \frac{R_x}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2}} \qquad \cos\beta = \frac{R_y}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2}}$$

(Dirección)

La suma de las proyecciones de todas las fuerzas de un sistema sobre dos ejes x e y son iguales a la proyección de la resultante del sistema sobre dichos ejes. Si trabajamos analíticamente la dirección de las fuerzas las vamos a obtener representando el ángulo ∝ que identifica esta dirección trazando por el origen de la fuerza una paralela al eje x positivo y barriendo en sentido contrario a las agujas del reloj hasta medir el ángulo ∝ dado.



Por su parte a las proyecciones sobre el eje “x” e “y” lo vamos a expresar en forma analítica de la siguiente manera Fig. 1

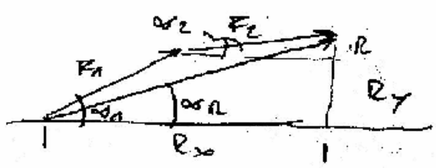
$$\vec{F_x} = F \cos\alpha_1$$

$$\vec{F_y} = F \,\mathrm{sen}\,\alpha_1$$

De esta manera la expresión matemática del TEOREMA DE LAS PROYECCIONES EN FORMA ANALÍTICA tendría esta forma.

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} F_i \cos\alpha_i = R_x \qquad \sum_{i=1}^{n} F_i \,\mathrm{sen}\,\alpha_i = R_y}$$

En un ejemplo de composición de fuerzas nos da como dato las INTENSIDADES DE LAS FUERZAS (F_i) y las direcciones de las mismas ($\propto_i$)



$$R_x = F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2$$

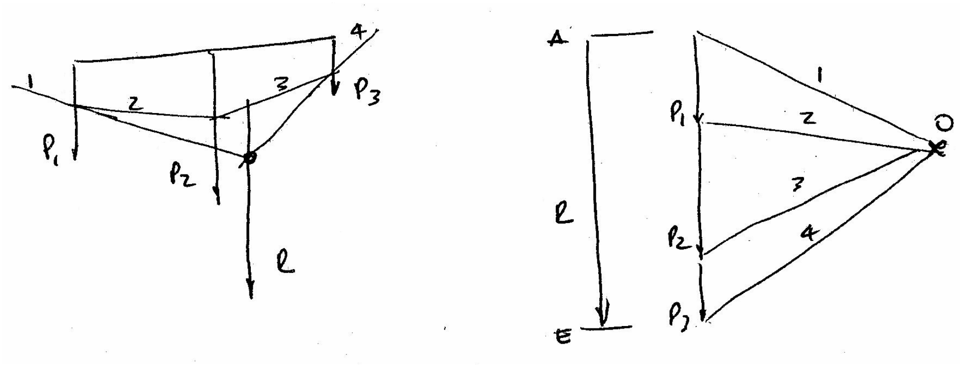
$$R_y = F_1 \,\mathrm{sen}\,\alpha_1 + F_2 \,\mathrm{sen}\,\alpha_2$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha_R = \frac{R_y}{R_x} \rightarrow \alpha_R = \mathrm{arctg}\,\frac{R_y}{R_x}$$

- <u>COMPOSICIÓN GRÁFICA DE UN SISTEMA DE FUERZAS PARALELAS APLICANDO EL POLÍGONO DE FUERZAS Y EL POLÍGONO FUNICULAR</u>

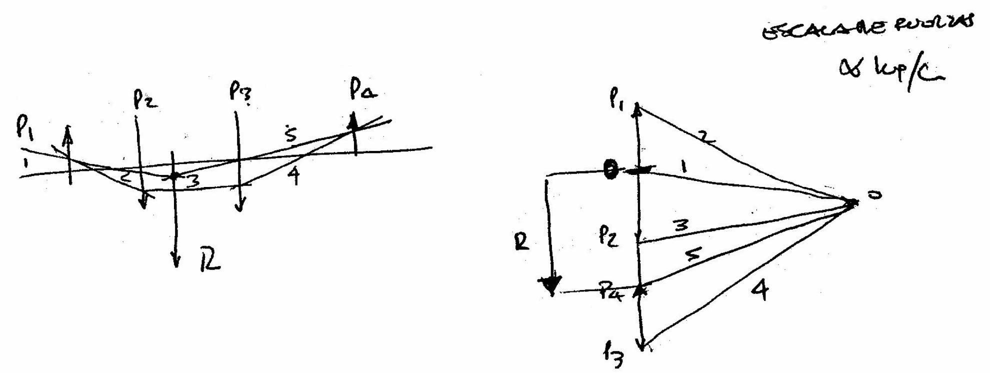
a) Caso 1: Cuando las fuerzas paralelas tienen igual sentido



Adoptando una escala de fuerzas, se construye el POLÍGONO DE FUERZAS, llevando una fuerza a continuación de la otra. Como las distintas fuerzas actuantes son paralelas, el POLÍGONO DE FUERZAS se reduce a un vector $\overline{AE}$ (RESULTANTE).

Concluimos que la RESULTANTE ES PARALELA A LAS FUERZAS DADAS E IGUAL EN INTENSIDAD A LA SUMA DE LAS INTENSIDADES DE LAS DISTINTAS FUERZAS.

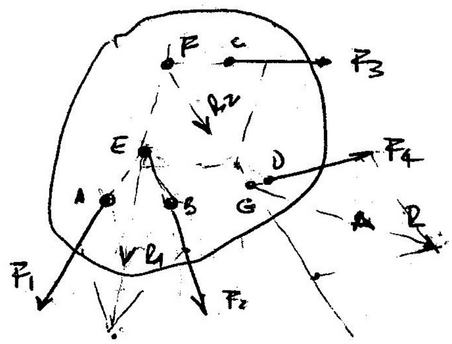
b) Caso 2: cuando las fuerzas paralelas son de distintos sentidos.



Al igual que en el caso a), se construye el POLÍGONO DE FUERZAS Y FUNICULAR, donde deducimos: que la resultante tiene como INTENSIDAD LA SUMA ALGEBRAICA DE LAS INTENSIDADES DE LAS DISTINTAS FUERZAS CONCURRENTES.

- COMPOSICIÓN DE FUERZAS NO CONCURRENTES (METODO GRAFICO)

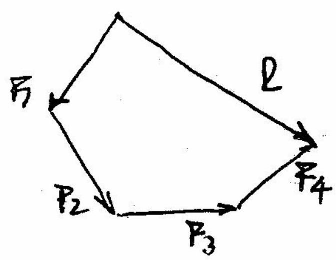
Cuando varias fuerzas coplanares, aplicadas a un cuerpo, no son PARALELAS y TAMPOCO SE CORTAN EN UN MISMO PUNTO, tenemos el caso GENERAL DE FUERZAS EN UN PLANO.



Consideramos a dicho Sistema representado por las fuerzas F_1, F_2, F3 y F4, aplicadas respectivamente a los puntos A, B, C, D, del cuerpo indicado en la figura.

Para hallar su resultante, comenzamos con dos cualquiera de ellos, por ejemplo F_1 y F_2 y determinamos su resultante R_1 (paralelogramo de fuerzas). Luego R_1 y F_3 y determinamos R_2, para concluir R_2y F_4 determinamos la resultante R del sistema de fuerzas F_1 a F_4, cuyo punto de aplicación es el punto "G" y la misma se puede desplazar sobre la recta de acción.

De aquí se puede deducir que la magnitud y dirección de "R", se puede obtener simplemente mediante LA SUMA GEOMÉTRICA DE LOS VECTORES LIBRES QUE LAS REPRESENTAN, como se ve en la figura siguiente.



Es decir, la magnitud y dirección de la resultante de un sistema de fuerzas en un plano, están dadas por el LADO DE CIERRE DEL POLÍGONO DE FUERZAS Y SON INDEPENDIENTES DE LOS PUNTOS DE APLICACIÓN DE ESTAS FUERZAS.
De aquí se deduce que en general, hay tres posibilidades:

1. EL SISTEMA DE N FUERZAS EN UN PLANO SE REDUCE A UNA FUERZA RESULTANTE.
2. EL SISTEMA SE REDUCE A UNA CUPLA RESULTANTE.
3. EL SISTEMA SE ENCUENTRA EN EQUILIBRIO.

Como se distinguen estos tres casos, comenzando a construir el POLÍGONO DE FUERZAS.

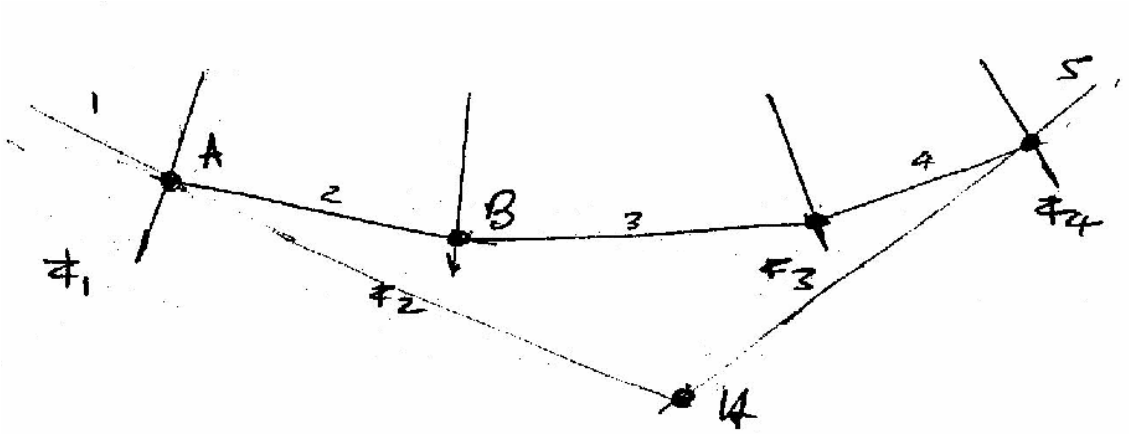
a. Si no es cerrado, el sistema se reduce a una fuerza resultante.
b. Si el polígono de fuerza es cerrado, podemos siempre dividir a las fuerzas en dos grupos arbitrarios, de resultantes $\underline{R_1}$ y $\underline{R_2}$, que sean evidentemente de IGUAL MAGNITUD y DE SENTIDO CONTRARIO.

Al determinar sus RECTAS DE ACCIÓN, puede suceder que las mismas no coincidan ➔ CUPLA.

En cambio si sus rectas de acción coinciden, el SISTEMA SE ENCUENTRA EN EQUILIBRIO.

- <u>POLÍGONO FUNICULAR (METODO GRAFICO)</u>

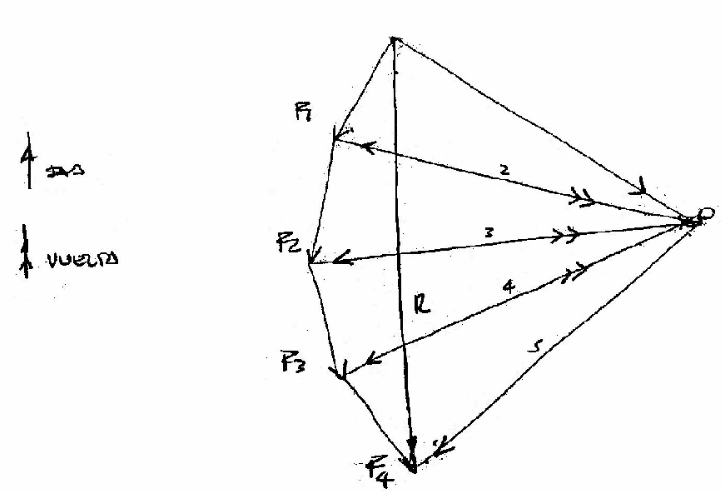
Sea el sistema de fuerzas no concurrentes de la Fig.



- fijando una escala de fuerza cualesquiera

$$\text{Esc. } F = \propto \frac{tn}{cm}$$

Trazamos el polígono de fuerzas, elevando una fuerza a continuación de la otra



- Luego elegimos un polígono arbitrariamente que denominamos POLO DEL FUNICULAR; proyectamos desde el mismo el origen y extremo de las fuerzas representadas obteniendo los segmentos 1 al 5 denominados RAYOS POLARES.

- Luego hayamos un paralelo del RAYO 1 de tal manera que corte la recta de acción de F_1 obteniendo un punto que lo denominamos A.

- Por dicho punto A trazamos una paralela del Rayo 2 hasta que una corte la recta de acción de F_2 obteniendo otro punto al cual denominaremos B.

- De esta manera se hace con los demás RAYOS POLARES hasta su finalización.

- Prolongando el Rayo1 y el ÚLTIMO RAYO, en este caso el Rayo 5, se obtiene un punto H que es un PUNTO POR DONDE VA A PASAR SU RESULTANTE.

- De aquí se obtienen:
    a. Del polígono de FUERZAS
        1. MAGNITUD
        2. DIRECCIÓN
    b. Del polígono FUNICULAR ➔ RECTA DE ACCIÓN

- Para demostrar que la intersección del primer RAYO (RAYO 1) con el último Rayo (Rayo 5), me determina un PUNTO DE PASO DE SU RESULTANTE, se realiza lo siguiente:
    a. A la fuerza F_1 le puedo descomponer en dos direcciones (Rayo 1 y Rayo2) y obtengo las direcciones indicadas en el gráfico.
    b. Luego a la fuerza F_2 también lo puedo descomponer en dos direcciones (Rayo 2 y Rayo 3), y por consiguiente puedo descomponer las demás fuerzas. (F_3, F_4, f_5).
    c. De aquí se deduce que los Rayos 2 y 4 tienen IGUAL MAGNITUD PERO SENTIDO CONTRARIO LO CUAL SE ANULAN QUEDÁNDOSE SOLAMENTE LOS RAYOS 1 y 5, CUYA RESULTANTE ES LA RESULTANTE DEL SISTEMA DE FUERZAS DADO.

4. MÉTODO DE LAS PROYECCIONES

CASO GENERAL DE FUERZAS EN EL PLANO

SISTEMA DE FUERZAS NO CONCURRENTES.

SISTEMA DE FUERZAS PARALELAS (APLICABLE)

- Para determinar la resultante (R) de un sistema de fuerzas no concurrentes, se determina de igual manera que en el caso de un sistema de fuerzas concurrentes, se determina de igual manera que en el caso de un SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTES.

$$X = \sum_{i=1}^{n} X_i \qquad R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$Y = \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

$$\cos\alpha = \frac{X}{\sqrt{X^2+Y^2}} \qquad \tan\alpha = \frac{Y}{\sqrt{X^2+Y^2}}$$

- Pero a diferencia que un SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTES, su PUNTO DE APLICACIÓN PASA POR EL PUNTO DE CONCURRENCIA.
- En el caso de un SISTEMA DE FUERZAS NO CONCURRENTES la posición de su RECTA DE ACCIÓN puede hallarse utilizando "EL TEOREMA DE LOS MOMENTOS" que dice que el momento de la RESULTANTE con respecto a un punto "O" es igual a la sumatoria algebraica de los momentos de todos los componentes con respecto al mismo punto "O".

Indicando con $(Mo)_1$, $(Mo)_2$; $(Mo)_u$ los momentos de fuerzas dadas F_1, F_2 ...... F_u con respecto al origen "O" y con Mo el momento correspondiente a la resultante "R", este enunciado puede expresarse mediante la ecuación:

$$\boxed{M_o = \sum_{i=1}^{n} (M_o)_i}$$

- Conociendo el Momento de la resultante con respecto al origen de coordenadas, su brazo (do) se oblicue de la ecuación:

$$\boxed{d_o = \frac{M_o}{R}}$$

$$\otimes \quad d_o = \frac{\sum (M_o)_i}{R} \rightarrow$$ DETERMINO PUNTO DE APLICACIÓN DE LA RESULTANTE DEL S FUERZ.

➔ QUEDA PERFECTAMENTE DETERMINADA LA RESULTANTE

INTENSIDAD

DIRECCIÓN

SENTIDO

PUNTO DE ACCIÓN

- Par ver si el SISTEMA SE REDUCE A UNA CURVA

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} (M_o)_i = M_o \rightarrow \underline{\text{CUPLA}}$$

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i = 0$$

- Para que se encuentre en equilibrio

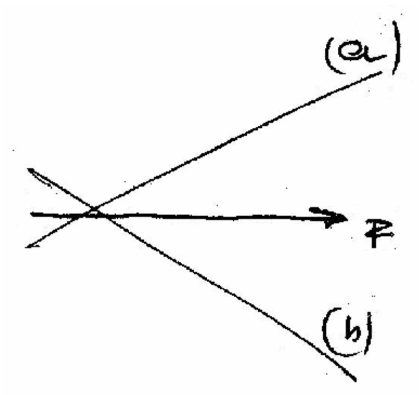
$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} (M_o)_i = 0$$

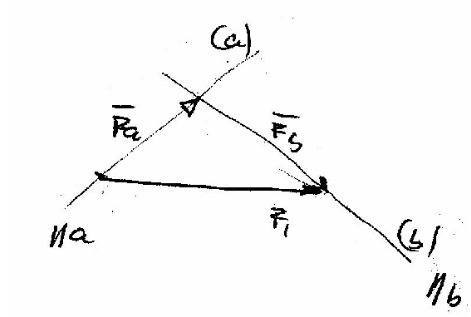
$$\sum_{i=1}^{n} Y_i = 0$$

ECUACIONES DE EQUILIBRIO PARA EL CASO GENERAL DE FUERZAS QUE ACTÚAN EN UN PLANO.

- DESCOMPOSICIÓN DE UNA FUERZA EN DOS DIRECCIONES NO PARALELAS

A. DESCOMPOSICIONES DE UNA FUERZA EN DOS DIRECCIONES QUE CONCURREN EN UN PUNTO QUE PERTENECE A LA RECTA DE ACCIÓN DE LAS FUERZAS





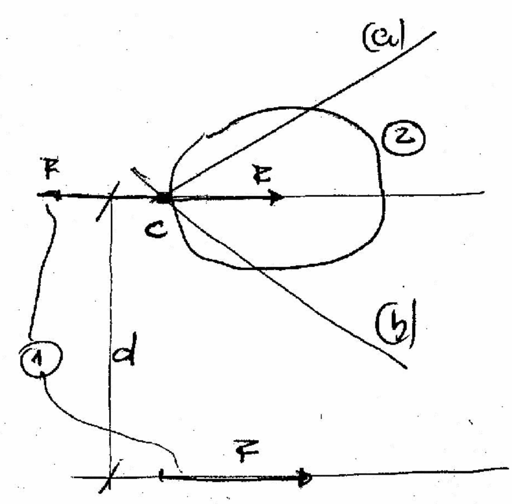
Datos:

- Direcciones (a) y (b)
- La fuerza

Lo obtiene $\begin{cases} \overline{F_a} \\ \overline{F_b} \end{cases}$

Se adoptó una escala de fuerza y a continuación se lo representa, pos su extremo trazamos paralelas a las direcciones dadas.

B. DESCOMPOSICIÓN DE UNA FUERZA EN DOS DIRECCIONES QUE CONCURREN EN UN PUNTO QUE NO PERTENECE A LA RECTA DE ACCIÓN DE LA FUERZA.



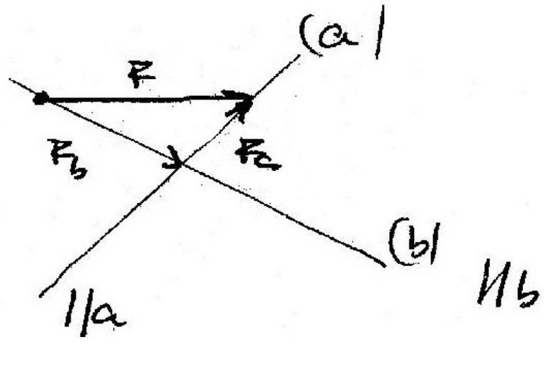
Datos: { La fuerza F; Direcciones (a) y (b)

Se obtiene { $\overline{F_a}$; $\overline{F_b}$; Par o cupla de momento $= F \times d$

Aplico en el punto "C" dos fuerzas colineales de igual intensidad y sentido contrario y además paralelas a la fuerza "F"; el SISTEMA NO CAMBIA, dado que estas dos fuerzas constituyen un sistema NULO

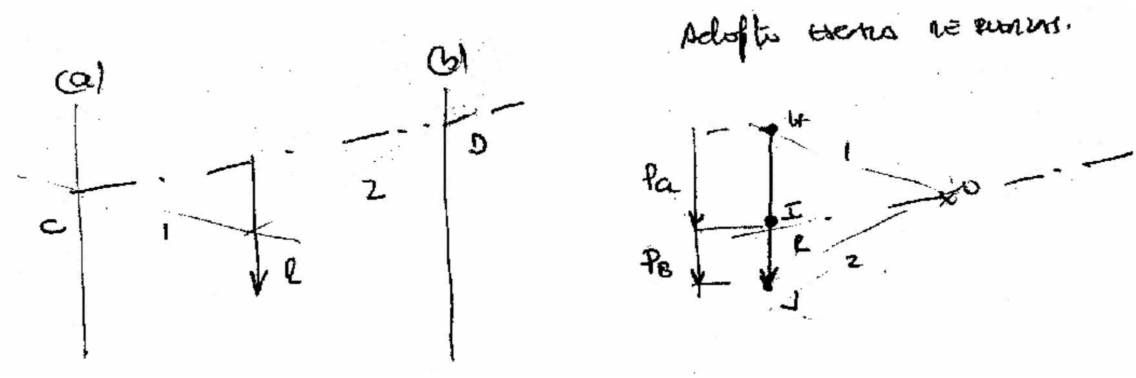
2. Determinación de $\overline{F_a}$ y $\overline{F_b}$

Adoptando una ESCALA DE FUERZAS



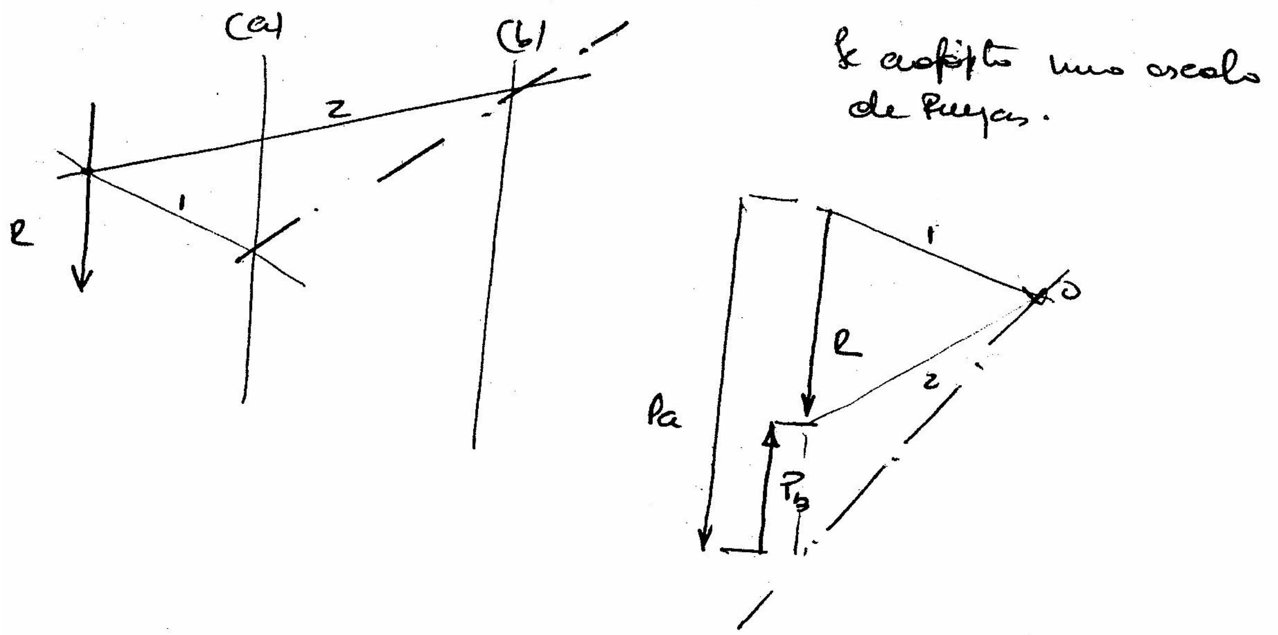
1. Se produce un $\boxed{\text{MOMENTO} = \overline{F} \times d}$

- <u>DESCOMPOSICIÓN DE UNA FUERZA EN DOS DIRECCIONES PARALELAS</u>



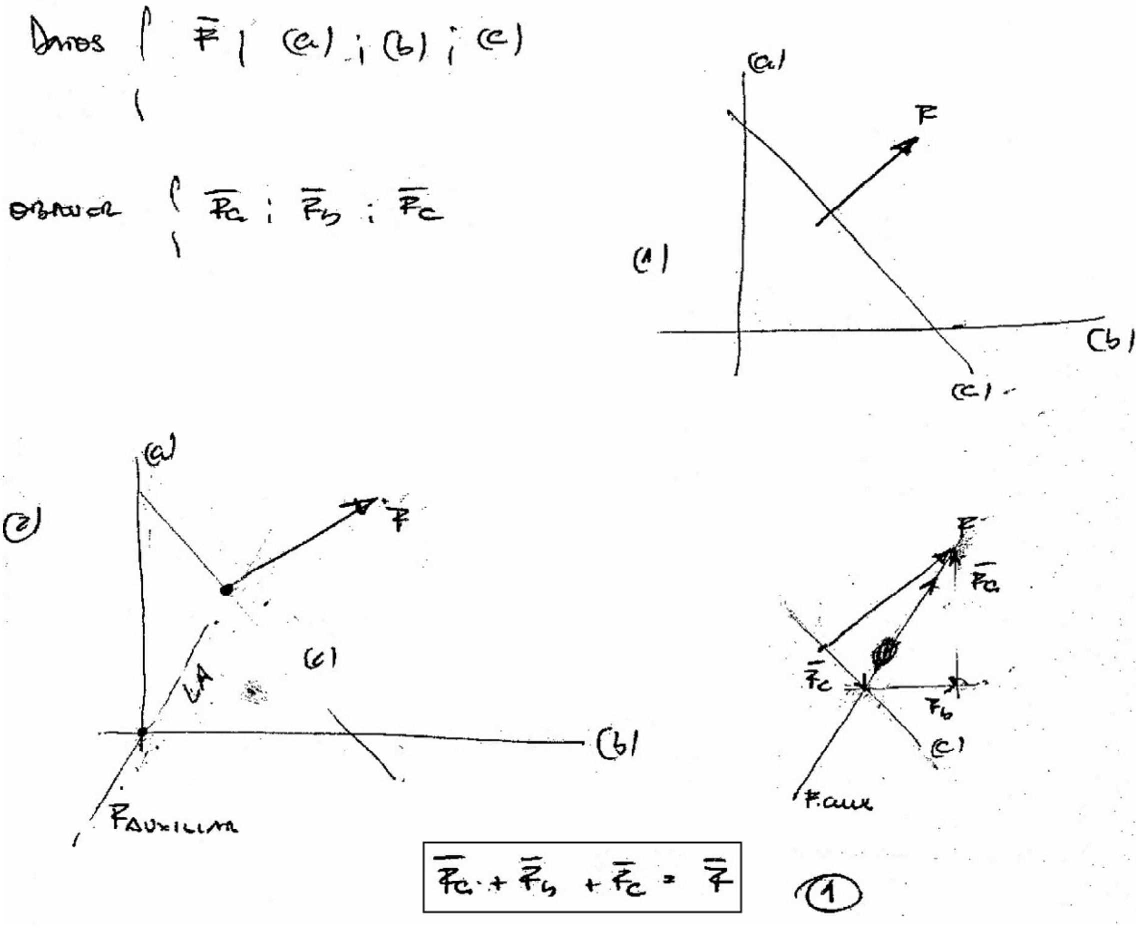
Si quiere descomponer la fuerza resultante R en dos direcciones (a) y (b), par ello trazo el polígono de fuerzas y el polígono funicular, como condición de equilibrio el POLÍGONO DE FUERZAS Y FUNICULAR DEBEN SER CERRADOS, uniendo el punto “C” con el punto “D”, se obtienen lo que se conoce como LÍNEA DE CIERRE.
Dicha línea de traslado paralelamente al polígono de fuerzas de tal manera que pase por el POLO DEL POLÍGONO, cortando a la resultante en dos segmentos $\overline{HI}$ e $\overline{IJ}$.
Dichos segmentos son las COMPONEN
TES (a) y (b) de la resultante. Esta resolución se da cuando la resultante se encuentra dentro de las dos direcciones (a) y (b).

* Ahora bien cuando se encuentran dichas direcciones, fuera de la recta de acción de la fuerza R, el caso se resuelve de la siguiente manera.



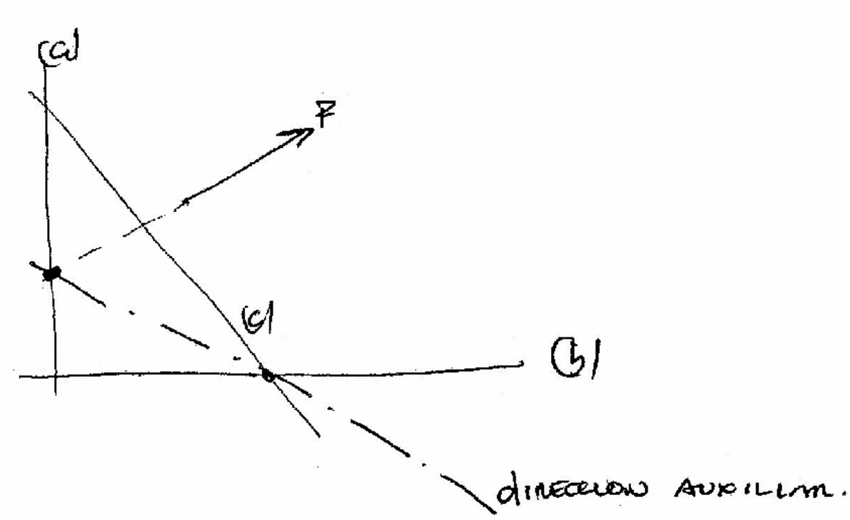
•

DESCOMPOSICIÓN DE UNA FUERZA EN TRES DIRECCIONES NO CONCURRENTES – MÉTODO DE CULLMAN.



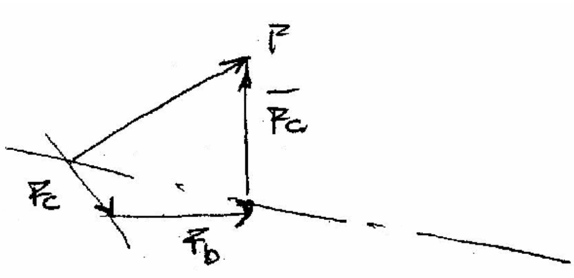
Sea la fuerza F, y se quiere descomponer en tres direcciones dadas ((a), (b), (c)). Se adopta una escala de fuerza "$\underline{F}$".

- Para ello se determina una DIRECCIÓN AUXILIAR, que surge de la intersección de una de la incognitas (C) con la recta de acción de " F" y de la intersección de las otras dos incógnitas (a) y (b); dos puntos me determinan una recta que es la DIRECCIÓN AUXILIAR.
- Luego se descompone la fuerza $\overline{\underline{F}}$ en las direcciones (c) y AUXILIAR, donde determinamos $\overline{F_c}$.
- Por último descomponemos a la dirección auxiliar en las direcciones de (a) y (b), determinando $\overline{F_b}$ y $\overline{F_a}$.

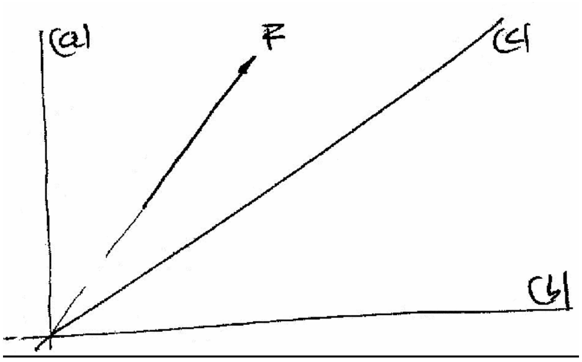


* Ahora elijo la dirección (a) con la dirección de F ➔ UN PUNTO

* El otro punto surje de la intersección de (b) y (c)

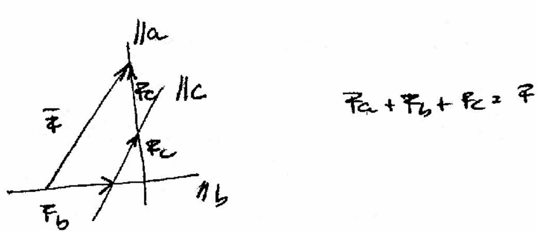


- <u>DESCOMPOSICIÓN DE UNA FUERZA EN TRES DIRECCIONES QUE CONCURREN EN UN PUNTO QUE PERTENECE A LA RECTA DE ACCIÓN DE LA FUERZA.</u>



- Se representa la fuerza F dado en escala. Por su extremo trazo paralelas a direcciones cualesquiera ((a) y (b)).

- Por un punto cualquiera trazo una paralela a la tercera dirección de modo que intercepte a las dos direcciones paralelas restantes. Conduce a un problema indeterminado, por tratarse de un caso de fuerzas concurrentes a un punto y para el que solo se dispone de dos ecuaciones de condición siendo tres las incognitas .



TEORÍA

TEMA 3

A. Momento estático de una fuerza con respecto a un punto.

- Definición
- Magnitud y Centro de Momentos
- Unidades y Signos.
- Demostrar Mºf = 2 SUP. AOB
- De la definición de momento se deduce :
    a. que la magnitud no cambia .
    b. Cuando el Mºf se hace igual a cero.

B. Teorema Varignon

- Enunciado
- Varignon para fuerzas concurrentes
- Varignon para fuerzas no concurrentes

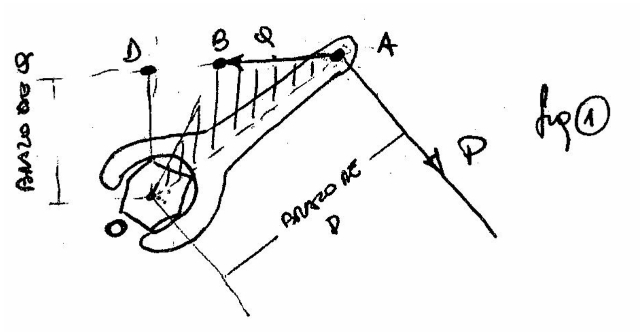
C. Aplicación del polígono funicular a la determinación de momentos estáticos.

- Ejercicio de aplicación
- Caso de un sistema de fuerzas paralelas (demostración del T. Varignon)

Tema 3

- MOMENTO ESTÁTICO DE UNA FUERZA CON RESPECTO A UN PUNTO

Consideremos la llave para tuercas de la Fig. 1 en cuyo mango se aplican dos fuerzas P y Q en la forma indicada.



La medida de la importancia de una fuerza en la que se refiere a su tendencia para PRODUCIR LA ROTACIÓN DE UN CUERPO ALREDEDOR DE UN PUNTO FIJO, constituye el MOMENTO DE LA FUERZA CON RESPECTO A ESE PUNTO.

Su magnitud está definida por el PRODUCTO DE LA MAGNITUD DE LA FUERZA POR LA DISTANCIA COMPRENDIDA DESDE EL PUNTO HASTA LA RECTA DE ACCIÓN DE LA FUERZA.

El punto "O" se denomina CENTRO DE MOMENTOS y la distancia $\overline{OD}$ constituye el BRAZO DE LA FUERZA.

De acuerdo a la definición que antecede, se deduce que el $M = \overline{Q} \times \overline{OD}$, es numéricamente IGUAL AL DOBLE DE LA SUPERFICIE DEL TRIANGULO $\overset{\triangle}{ABO}$, construido sobre el vector $\overline{AB}$ que representa a la fuerza y que tiene su vértice en el centro de momentos. Fig. 1, demostración Fig. 2.

El momento estático es una magnitud igual al producto de otras dos magnitudes, por lo tanto sus unidades serán las que resulten de multiplicar la unidad de la fuerza por la unidad de distancia.

$$[M] = \left| \begin{array}{ll} tn\ cm & \text{toneladacentímetro} \\ t\ m & \text{toneladametro} \\ kg\ cm & \text{kilogramocentímetro} \\ kg\ m & \text{kilogramometro} \end{array} \right|$$

Convencionalmente el momento estático se suele atribuir signos POSITIVOS cuando la fuerza gira alrededor del CENTRO DE MOMENTO en el sentido de las agujas del reloj; y NEGATIVOS el caso contrario.

De la definición de MOMENTO DE UNA FUERZA CON RESPECTO A UN PUNTO, se deduce que la MAGNITUD DE ESTE MOMENTO NO CAMBIA.

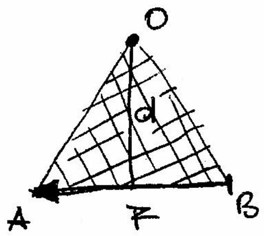
1. Si el punto de aplicación de la fuerza se traslada a lo largo de su recta de acción.
2. Si el centro de momentos se mueve a lo largo de una recta paralela a la RECTA DE ACCIÓN DE LA FUERZA.

Además:

- El momento de una fuerza que nos es CERO, puede hacerse igual a CERO únicamente si el BRAZO DE LA FUERZA ES CERO, es decir, únicamente si el centro de MOMENTOS pertenece a la recta de acción de la fuerza.

---

fig ②



M_F^O = Momento Estático de la fuerza F

$$\text{Sup } \Delta \hat{AOB} = \frac{b \times h}{2} = \frac{\overline{AB} \times d}{2} = \frac{F \times d}{2} = \frac{M_F^O}{2}$$

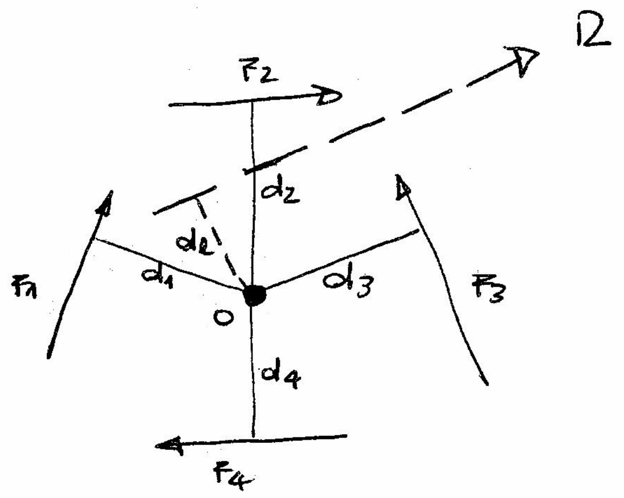
$$\Rightarrow \boxed{M_F^O = 2 \text{ Sup } \Delta \hat{AOB}}$$

Esta última expresión nos dice que $M^o{}_F$ también es IGUAL A DOS VECES LA SUPERFICIE DEL TRIÁNGULO QUE SE GENERA AL UNIR EL ORIGEN Y EXTREMO DE LA FUERZA CON EL CENTRO DE MOMENTOS.

Si en lugar de tener una fuerza tenemos un sistema de fuerzas cualesquiera y un centro de momentos por el PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN DE LOS EFECTOS, EL MOMENTO ESTÁTICO DEL SISTEMA DE FUERZAS ES EVIDENTE QUE SERÁ IGUAL A LA SUMA ALGEBRAICA DE LOS MOMENTOS DE C/U DE LAS FUERZAS DEL SISTEMA, es decir:

$$M^O_{F_i} = F_1 d_1 + F_2 \times d_2 + F_3 d_3 + F_4 d_4$$

$$M^O_{F_i} = R \times d_R$$

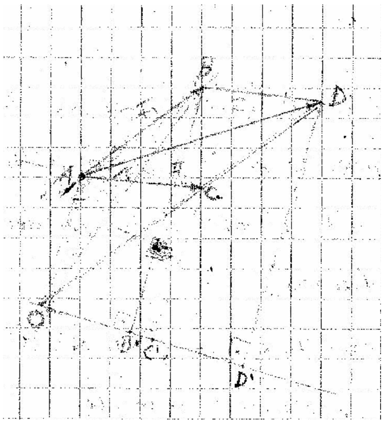


- TEOREMA DE VARIGNON

Varignon demostró que si se haya la resultante del sistema, la suma de los momentos estáticos de las componentes es igual al momento estático de la resultante.

Enunciado: El momento de la resultante de dos fuerzas concurrentes con respecto a un centro en su plano, es igual a la SUMA ALGEBRAICA DE LOS MOMENTOS DE LAS COMPONENTES RESPECTO AL MISMO CENTRO.

TEOREMA DE VARIGNON para 2 fuerzas



Sea el sistema de fuerzas (F_1 y F_2) concurrentes en A cuya resultante es R, queremos demostrar el teorema de Varignon que nos dice que: “la suma de los momentos de F_1 y F_2 respecto al punto o es igual al momento de la resultante respecto de o.

Es decir $M_1 + M_2 = M_R$

Por propiedad de momento estático, podemos calcular el momento de F_1 y F_2 por:

Mºf1= 2 Area OAB = $\frac{2x\ OA\ X\ OB}{2}$ = OA x OB

Mºf2= 2 Area OAC = $\frac{2x\ OA\ X\ OC}{2}$ = OA x OC

Sumando ambos momentos se tiene:

Mºf1 + Mºf2 = OA x OB + OA x OC = OA (OB + OC)

OC = BD por lo tanto me queda:

Mºf1 + Mºf2 : OA (OB + BD) = OA x OD

Por otro lado, el momento de la resultante respecto de O calculándolo también como 2 veces el área del triangulo que forma R con el brazo de la palanca OA, resulta:

$$M_R^O = \cancel{2}\,\frac{\overline{OA}\cdot\overline{OD'}}{\cancel{2}} = \overline{OA}\cdot\overline{OD'}$$

Comparándolas con la formula anterior vemos que son iguales, es decir

$$M_{F_1}^O + M_{F_2}^O = M_R^O$$

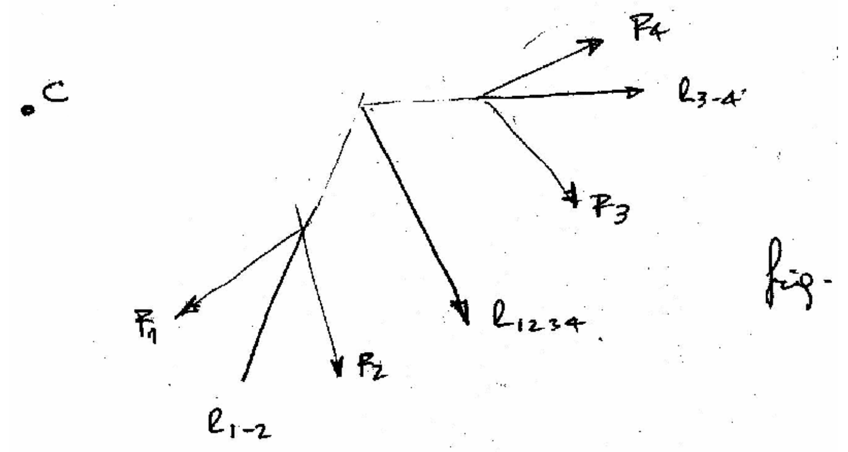
Por lo tanto se cumple el teorema de Varignon para dos fuerzas concurrentes.

b) Queremos demostrar ahora que el teorema de Varignon se cumple para un número cualquiera de fuerzas:

Por ejemplo, si tenemos 3 fuerzas, hallo la resultante de dos de ellas, ya que tendrá el mismo momento como se demostró anteriormente y ahora nos quedan dos fuerzas, para el cual el teorema ya fue demostrado, es decir que también se cumple para 3 fuerzas. Si ahora tenemos 4 fuerzas, hallo la resultante de tres de ellos y me quedará un sistema de 2 fuerzas, para el cual se cumple, y así sucesivamente. Quiere decir que el teorema de Varignon se cumple para un número cualquiera de fuerzas.

Si estas fuerzas no son concurrentes, como lo son de a dos podemos decir que al teorema de Varignon es válido también para un número cualquiera de fuerzas no concurrentes.

DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA DE VARIGNON PARA UN SISTEMA DE FUERZAS NO CONCURRENTES



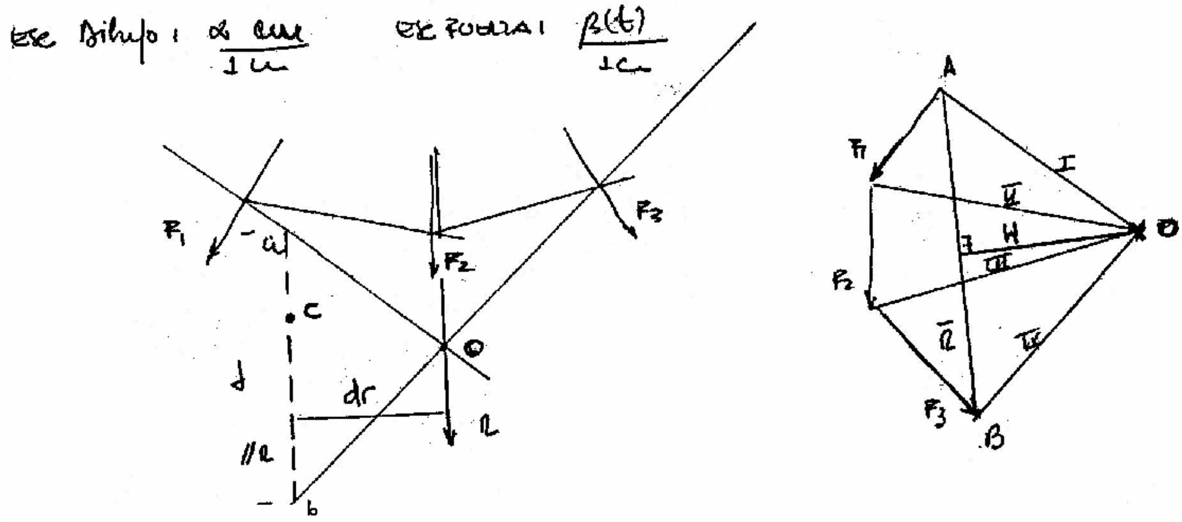
De la figura surge que R_{1-2} y R_{3-4} constituyen un sistema de fuerzas concurrentes.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ M^C_{F_1} + M^C_{F_2} = M^C_{R_{1-2}} \\ \bullet\ M^C_{F_3} + M^C_{F_4} = M^C_{R_{3-4}} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{M^C_{R_{1-2-34}} = M^C_{R_{1-2}} + M^C_{R_{3-4}}}$$

De esta manera queda demostrado que el TEOREMA DE VARIGNON también se cumple para un sistema de fuerzas no concurrentes.

- APLICACIÓN DEL POLÍGONO FUNICULAR EN LA DETERMINACIÓN DE MOMENTOS ESTÁTICOS.

Sea un sistema de fuerzas cualesquiera cuyo momento respecto de un punto “C” queremos hallar.



Trazamos el polígono de fuerzas, elegimos un polo, determinamos con el polígono de fuerza la dirección, sentido e intensidad de la resultante. Proyectamos los rayos polares, trazamos el funicular correspondiente y determinamos el punto de paso de la resultante.

Por VARIGNON $M_{Fi}^{C} = R \times dr$

En la figura polar llamamos "<u>H</u>" (distancia polar), a la distancia que existe del polo a la resultante.
Si por el punto "<u>C</u>" trazamos una paralela a la dirección de "<u>R</u>" e interceptamos dicha paralela al primer rayo con el último rayo del funicular, quedando determinado un triángulo $\overset{\triangle}{abo}$ y que será semejante al triángulo $\overset{\triangle}{ABO}$ en la figura polar.
Es decir $\overset{\triangle}{abo} \cong \overset{\triangle}{ABO}$, siendo la razón de semejanza de esos dos triángulos el hecho de tener los tres lados paralelos: ➔

$$\frac{R}{H} = \frac{\delta}{dr} \rightarrow R \times dr = \delta \times H$$

$$R \times dr = M_{Fi}^{C}$$

(Momento estático del sistema de fuerzas con respecto al punto C.)

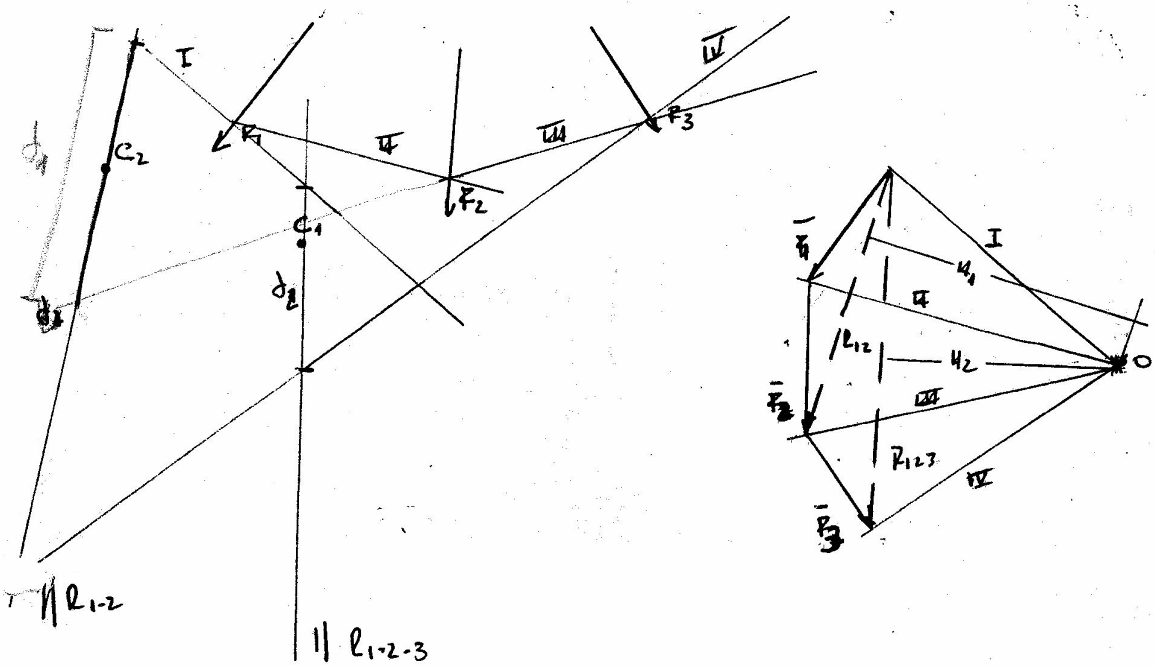
$$\boxed{M_{Fi}^{C} = \delta \times H}$$

Para que la fórmula este completa, ya que este es un MÉTODO GRÁFICO, se le debe agregar las correspondientes escalas, lo que significa que el "<u>δ</u>" debe estar afectado por la ESCALA DE DIBUJO ADOPTADO, y el "<u>H</u>" debe estar afectado por la ESCALA DE FUERZAS CORRESPONDIENTES.

$$\boxed{M_{Fi}^{C} = \delta \times H \ \text{esc DIB} \times \text{Esc Fuerza}}$$

Ejercicio:

⊛ Determinar $M^{C_1}_{F_1F_2F_3}$ | $M^{C_2}_{F_1F_2}$

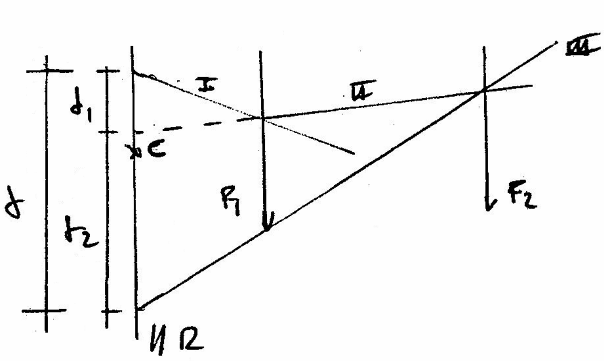


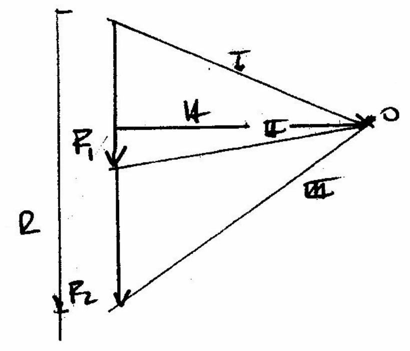
$$\boxed{M^{C_1}_{F_1F_2F_3} = H_2 \times \delta_2 \times \text{esc } F \times \text{esc } D}$$

$$\boxed{M^{C_2}_{F_1F_2} = H_1 \times \delta_1 \times \text{esc } F \times \text{esc } D}$$

Veamos ahora para un sistema de fuerzas paralelas.

Demostración del teorema de Varignon





$$\boxed{M^{C}_{F_1 F_2} = d \times H \times \cos\theta \times \cos\varphi}$$

$$M^{C}_{F_1} = d_1 \overbrace{H \cos\varphi \times \cos\theta}^{K} = K \times d_1$$

$$M^{C}_{F_2} = d_2 H \times \cos\varphi \times \cos\theta = K \times d_2$$

$$\left.\begin{aligned} M^{C}_{F_1} + M^{C}_{F_2} &= K(d_1 + d_2) \\ M^{C}_{R_{1-2}} &= K d \end{aligned}\right\} d = (d_1 \pm d_2) \Rightarrow \boxed{M^{C}_{R_{1-2}} = M^{C}_{F_1} + M^{C}_{F_2}}$$

TEORÍA

TEMA 4

- Concepto de cupla o pares de fuerzas

- Demostración que no admite resultante

- Efecto de cumpla no se altera
    - Para cualquier punto del plano
    - Si se hace girar alrededor de uno de sus extremos
    - Alteramos simultáneamente las magnitudes de las fuerzas y la longitud del brazo de palanca.

- Definición de Pares Equivalentes

- Conformación de pares de fuerzas

- Composición de una fuerza y un par

- Traslación paralela de una fuerza en el plano.

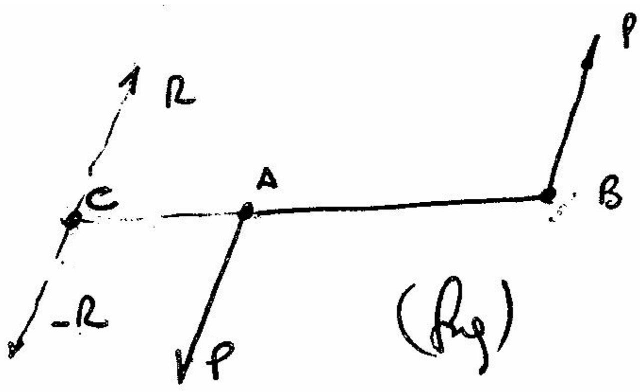
Tema 4

CUPLAS O PARES DE FUERZAS

- Recibe el nombre de PAR DE FUERZAS O CUPLA un sistema de fuerzas paralelas de IGUAL INTENSIDAD y SENTIDO CONTRARIO.

Dicho sistema no puede reducirse a una única fuerza RESULTANTE

Para demostrarlo supongamos, por ahora, que una CUPLA formada por las dos fuerzas "P" (Fig.) tiene una resultante "R" aplicada a algún punto "C" como se indica y que actúa paralelamente a las fuerzas dadas.



Si esto fuese cierto, la fuerza "R" de igual intensidad y sentido contrario a "R" y aplicado al mismo punto C, debería EQUILIBRAR A LAS DOS FUERZAS "P". Esto sin embargo es IMPOSIBLE, ya que la resultante, de "R" y de la fuerza "P" aplicado en A es distinta de "P" y actúa a lo largo de una recta que no coincide con la recta de acción de la fuerza "P", aplicada en B y sabemos de acuerdo con el SEGUNDO PRINCIPIO DE LA ESTÁTICA, que dos fuerzas están en equilibrio solamente si son de IGUAL MAGNITUD, DE SENTIDO CONTRARIO Y SI ACTÚAN A LO LARGO DE LA RECTA DE ACCIÓN.

De la misma manera, puede demostrarse que es imposible tener una resultante que no sea PARALELA A LAS FUERZAS DADAS. De este modo UNA CUPLA NO PUEDE REDUCIRSE A UNA FUERZA RESULTANTE.

Lo que no es nulo es el EFECTO QUE PRODUCE UNA CUPLA SOBRE UN CUERPO AL CUAL ESTÁ APLICANDO QUE ES LA DE HACERLO GIRAR.

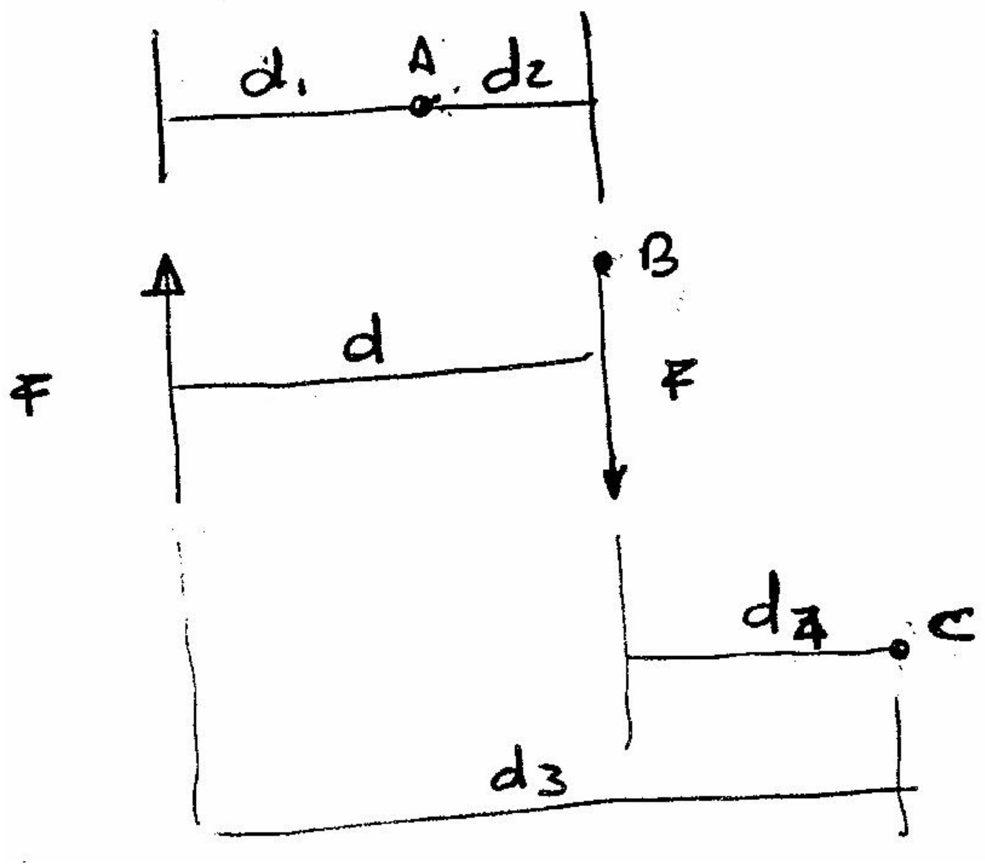
El plano en el cual actúan las fuerzas de una cupla se denomina PLANO DE LA CUPLA.

La distancia entres las rectas de acción de las fuerzas constituye el BRAZO DE LA CUPLA.

El efecto de GIRAR se debe a que una CUPLA produce un momento y que el valor de ese momento ES CONSTANTE E IGUAL PARA CUALQUIER PUNTO DEL PLANO y esta dado por el producto de la intensidad de la fuerza por la distancia entre ambas (brazo de palanca).-

$$\boxed{M = F \times d}$$

Demostración:



$$M_F^A = F\times d_1 + F\times d_2 = F(d_1+d_2) = F\times d$$

$$M_F^B = F\times d + F\times 0 = F\times d$$

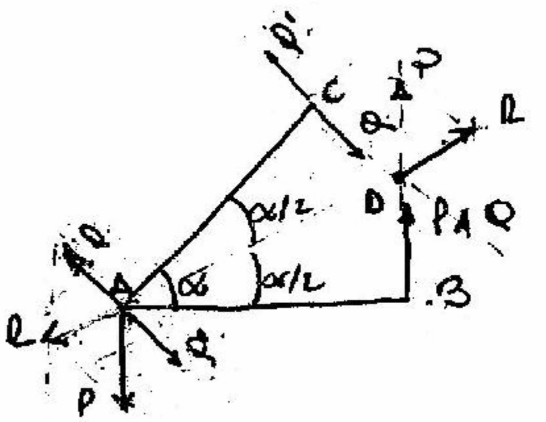
$$M_F^C = F\times d_3 - F\times d_4 = F(d_3-d_4) = F\times d$$

Así queda demostrado que el MOMENTO ES CONSTANTE PARA CUALQUIER PUNTO DEL PLANO.

- La acción de una CUPLA no resultará alterada si su brazo gira en el plano de la cupla un ángulo cualquiera "$\underline{\propto}$" alrededor de uno de los extremos. Para demostrarlo, consideremos una cupla de fuerza "P_A" con brazos $\overline{AB}$ (Fig.)

Haciendo girar un ángulo "$\underline{\propto}$" el brazo $\overline{AB}$, se determina un nuevo brazo $\overline{AC}$, igual en longitud a $\overline{AB}$.

$\overline{AB} = \overline{AC}$



(fig)

A cada uno de los extremos A y C de esta recta, aplicamos dos fuerzas <u>Q</u> y <u>Q</u>' iguales y de sentido contrario, perpendiculares a AC e <u>iguales en magnitud a P</u>.
De acuerdo al TERCER PRINCIPIO DE LA ESTÁTICA, se deduce que el agregado de esta fuerza que están en equilibrio ,no altera la acción de la cupla dada.

Las fuerzas Q y P dan como resultado a R.

Estas resultantes, como diagonales de dos rombos, dividen por mitades a los ángulos en A y D, de manera que actúan a lo largo de la misma recta $\overline{AD}$ y como son dos fuerzas iguales de sentido contrario, y que actúan a lo largo de la misma recta de acción, PUEDEN ELIMINARSE DEL SISTEMA.

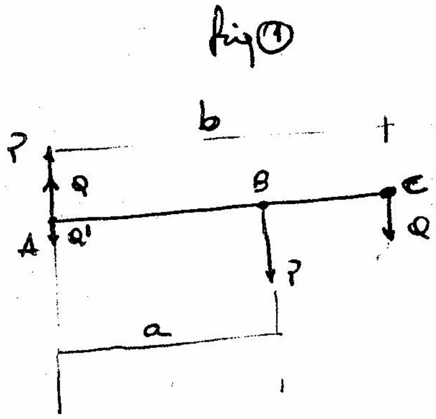
Quedan entonces únicamente las fuerzas Q', iguales en magnitud a P y estas fuerzas forman una cupla de brazo $\overline{AC}$ igual por construcción a $\overline{AB}$ y formando con el mismo un ángulo$\propto$.-

Esto demuestra que el BRAZO DE UNA CUPLA PUEDE HACERSE GIRAR ALREDEDOR DE UNO DE SUS EXTREMOS, SIN ALTERAR LA ACCIÓN DE LA CUPLA SOBRE EL CUERPO AL CUAL SE APLICA.

En consecuencia, podemos desplazar una cupla en su plano sin alterar su acción sobre un cuerpo.

- La acción de una cupla sobre un cuerpo no cambia si alteramos simultáneamente las magnitudes de las fuerzas y la longitud del brazo de palanca, siempre que el momento de la cupla se mantenga inalterado.

Para demostrarlo, veremos como una cupla dada de fuerzas P con un brazo $\overline{AB}$ (Fig. 1) puede transformarse en una cupla de fuerza Q con brazo $\overline{AC}$.



Con este fin descomponemos la fuerza P, aplicado en B en dos componentes paralelos Q y Q' aplicados en los puntos C y A respectivamente.
De la descomposición de una fuerza en dos componentes paralelos deduce que:

$$Q = P \times \frac{a}{b} \quad , \quad Q' = P - Q \qquad (2)$$

Ahora bien, restando $\overline{P} - \overline{Q'}$ en A, obtenemos la fuerza Q que actúa hacia arriba (ver Fig. 1).
Esta fuerza $\overline{Q}$ conjuntamente con la fuerza $\overline{Q}$ aplicado en C, forma una CUPLA DE BRAZO $\overline{AC}$.

El momento de esta nueva cupla es $= \boxed{Q \times b}$; que de acuerdo a la ecuación (2) resulta igual a $\boxed{P \times a}$

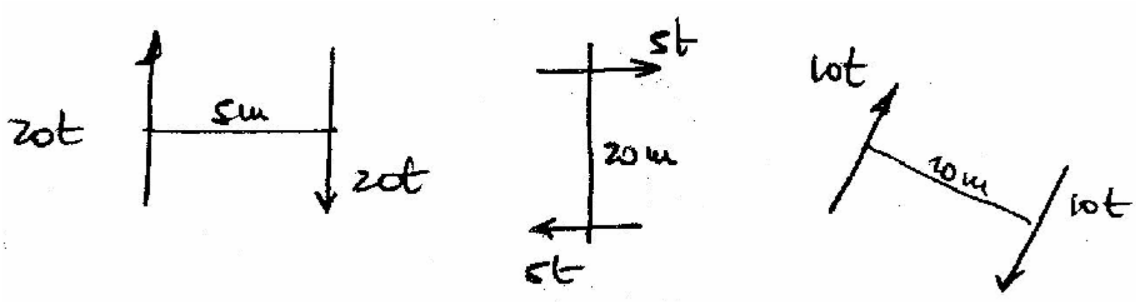
De este modo, sin alterar la acción sobre un cuerpo, una cupla dada puede ser reemplazada por otra, formadas por FUERZAS DISTINTAS Y CON UN BRAZO DE PALANCA DISTINTA, SIEMPRE QUE LOS MOMENTOS DE AMBAS CUPLAS SEAN IGUALES.

De aquí se deduce:

Que dos cuplas que actúan en el mismo plano, son EQUIVALENTES SI TIENEN MOMENTOS IGUALES.

PARES EQUIVALENTES: Llamamos pare equivalentes a todos los pares que tengan IGUAL MOMENTO Y SIGNO.

Ejemplo:



Representación del par: 100tm

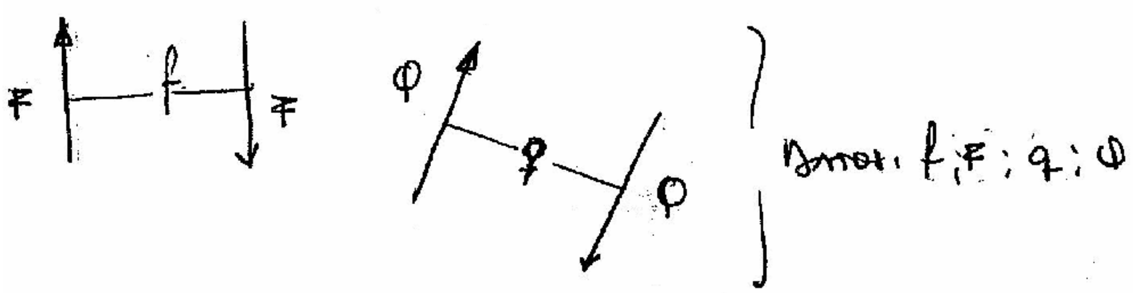
Signos: Positivo (+)

Negativo (-)

- <u>COMPOSICIÓN DE PARES DE FUERZAS</u>

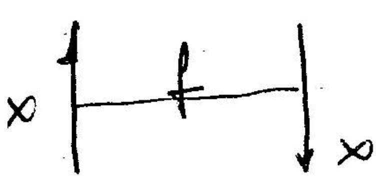
Sean dos pares de fuerza que debemos componer cuyos momentos son

$F \times f$ y $\Phi \cdot \varphi$



Sustituimos uno de los PARES DADOS POR OTRO EQUIVALENTE QUE TENGA IGUAL BRAZO DE PALANCA QUE EL PAR NO SUSTITUIDO.

En nuestro ejemplo sustituimos el PAR = $\varphi \cdot q$, llamando al par sustituido **X x f.-**

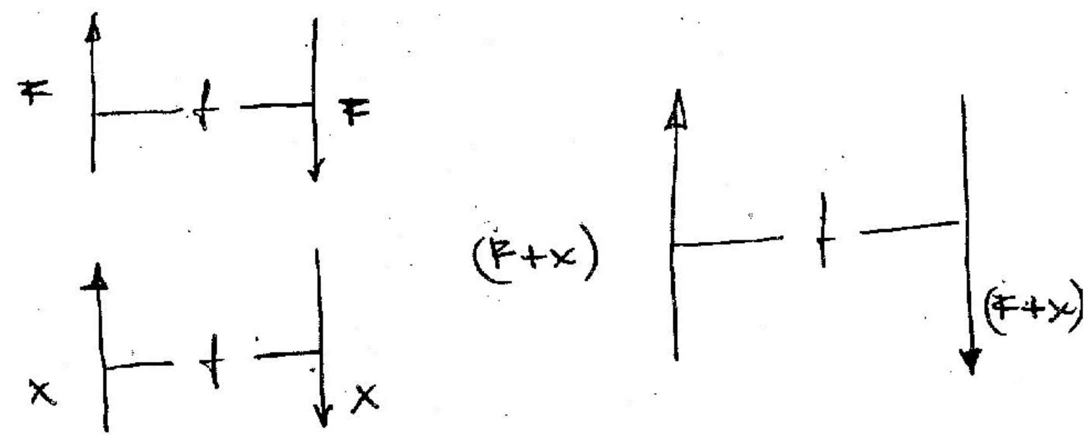


Para que la sustitución sea válida debe cumplirse.

$$\boxed{\varphi\, q = X \cdot f}$$

$$\Rightarrow \boxed{X = \frac{q}{f}\,\varphi}$$

Aprovechando de la propiedad de los pares de poder trasladarse LIBREMENTE EN EL PLANO QUE ACTÚA, tenemos



Obtengo como resultante de componer dos fuerzas colineales, una fuerza colineal con los componentes y de intensidad igual a la suma de las intensidades.

Se deduce:

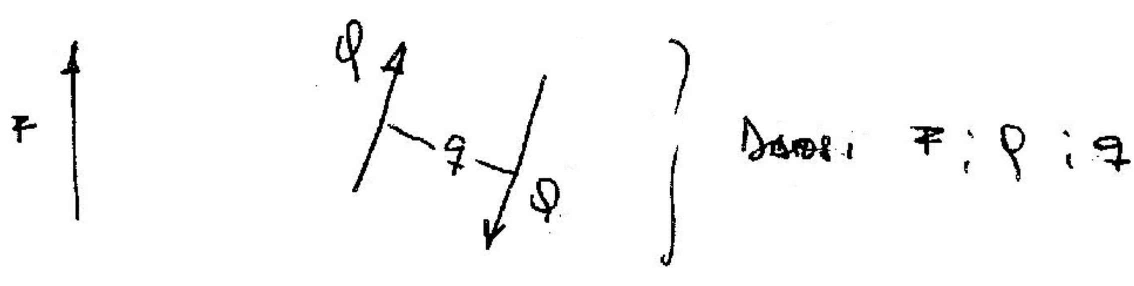
1. De componer pares de fuerzas se obtiene como resultado otro par de fuerzas.
2. El momento del par de fuerzas obtenidos vale:

$$M = (F + x)\, f = F f + x f = \frac{q}{\cancel{f}}\, \varphi \times \cancel{f} = F \times f + \varphi \times q$$

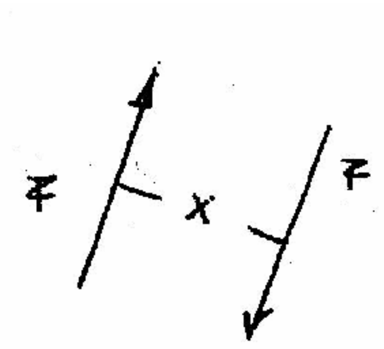
$$\boxed{M = F \times f + \varphi \times q}$$

➔ EL MOMENTO DEL PAR RESULTANTE ES IGUAL A LA SUMA ALGEBRAICA DE LOS MOMENTOS DE LOS PARES CORRESPONDIENTES.

- <u>COMPOSICIÓN DE UNA FUERZA Y UN PAR</u>



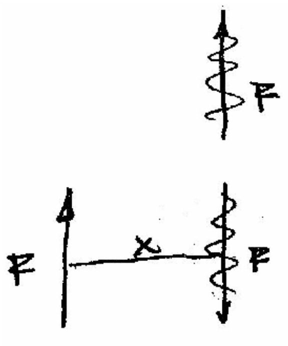
Para demostrar que se obtiene, sustituimos el par dado por otro EQUIVALENTE QUE TENGA POR INTENSIDAD DE FUERZA LA MISMA QUE LA FUERZA DADA.



Para que la sustitución sea posible los pares intercambiados deben ser EQUIVALENTES.

$$\rightarrow Q \times q = F \times x \rightarrow \boxed{x = \frac{Q}{F} \times q}$$

Trasladado el nuevo par hasta hacerlo ocupar la porción que indica la Fig. (a).



Las fuerzas F colineales de igual intensidad y sentido constituyen un SISTEMA NULO, es decir se anulan entre sí, quedándonos como resultado de la composición, una FUERZA PARALELA A LA MISMA, PERO TRASLADADA UNA DISTANCIA IGUAL AL COCIENTE DEL MOMENTO DEL PAR (Q x q) CON LA INTENSIDAD DE LA FUERZA (F).

ACLARACIÓN:

El par posee dos direcciones:

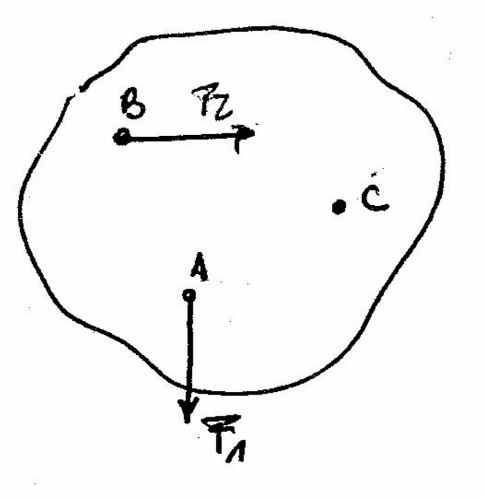
POSITIVO

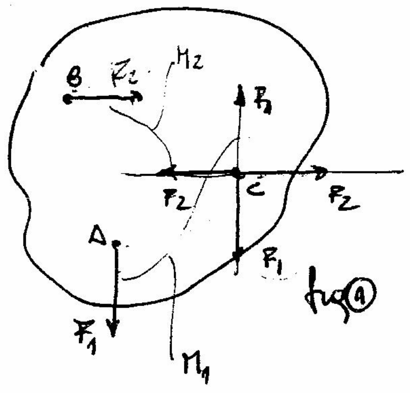
NEGATIVO

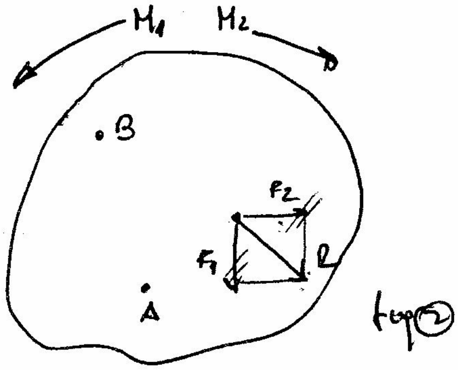
La fuerza puede tener cualquier dirección.

- TRASLACIÓN PARALELA DE UNA FUERZA EN EL PLANO.

Supongamos tener un cuerpo plano y un punto A en el cual está aplicado la fuerza F_1 y en un punto B en el cual está aplicada la fuerza F_2.
Queremos ahora que las fuerzas F_1 y F_2 estén aplicadas en el punto C.







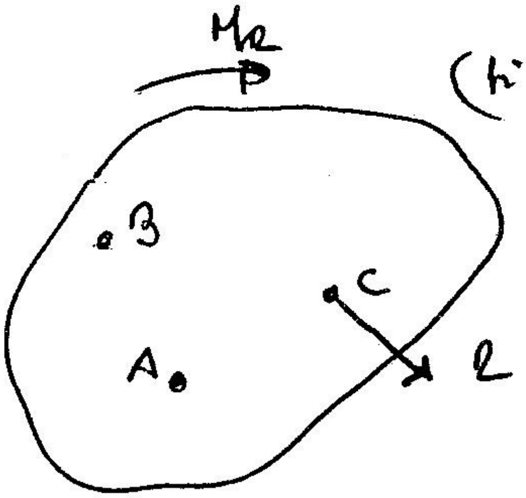
Si por el punto $\underline{C}$ trazo una paralela a la dirección de $\underline{F_1}$ y una paralela a $\underline{F_2}$. Si sobre la paralela a $\underline{F_1}$ coloco dos fuerzas colineales de igual intensidad a $\underline{F_1}$ y sentido contrario, no varió para nada el sistema-

Si sobre la paralela a $\underline{F_2}$ que pasa por el punto " C" hago lo mismo ,tampoco me variará el sistema. Fig. 1.-

Me quedan determinado dos pares de fuerzas cuyos momentos son $\underline{M_1}$ y $\underline{M_2}$.

También los momentos $\underline{M_1}$ y $\underline{M_2}$ se los puede trasladar (la propiedades pares de fuerza) hacia fuera del plano y los puntos $\underline{A}$ y $\underline{B}$ quedan libres y en el punto $\underline{C}$ quedan aplicadas dos fuerzas $\underline{F_1}$ y $\underline{F_2}$. Fig. 2

También se puede componer $\underline{M_1}$ y $\underline{M_2}$ y obtener un momento resultante.



(si $M_2 > M_1$)

TEORÍA

TEMA 5

EQUILIBRIO DE FUERZAS. CONDICIONES GRÁFICAS Y ANALÍTICAS

A. Introducción
B. Equilibrio de fuerzas. Condición gráfica y analítica en un sistema de fuerzas concurrentes. Cuadro de resultante.
C. Equilibrio de Fuerzas. Condiciones gráfica y analítica en un sistema de fuerzas no concurrentes. Cuadro.
    i. Demostrar que la resultante nula es CONDICIÓN NECESARIA PERO NO SUFICIENTE.

    ➔POLÍGONO FUNICULAR NULO. CUADRO.

Tema 5

- EQUILIBRIO DE FUERZAS. CONDICIONES GRÁFICAS Y ANALÍTICAS

-En un sistema de fuerzas cuya RESULTANTE ES NULA cada fuerza se convierte EN LA EQUILIBRANTE DEL RESTO DEL SISTEMA.

Al estudiar Sistema de fuerzas concurrentes, concretamente, su COMPOSICIÓN por el método del POLÍGONO DE FUERZAS, enunciábamos que si el POLÍGONO ERA CERRADO SU RESULTANTE ERA NULA Y QUE EL SISTEMA DE FUERZAS SE ENCONTRABA EN EQUILIBRIO YA QUE CADA UNA DE LAS FUERZAS ERA LA EQUILIBRANTE DE LAS DEMÁS.

En estas condiciones el sistema de fuerzas es nulo no alterando para nada las condiciones del cuerpo al cual se le aplica o se le quita un SISTEMA COMO ESTE.
Si a un cuerpo en estado de REPOSO o de M.R.U. se le aplica o se le quita un SISTEMA NULO, seguirá estando en estado de reposo o de M.R.U.-

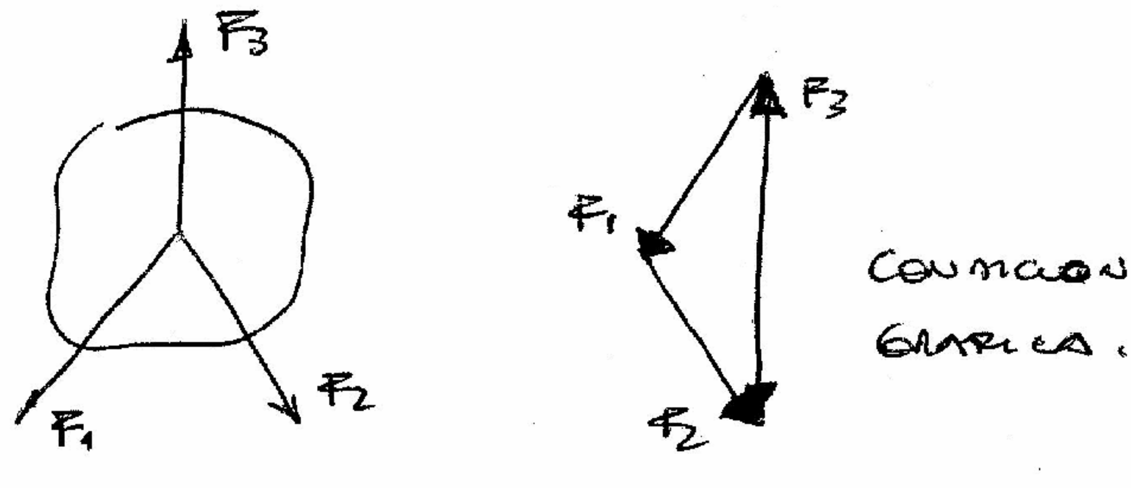
Supongamos tener un SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTES y queremos enunciar las condiciones que debe tener dicho sistema para que las fuerzas estén en equilibrio.

En la introducción enunciamos que si la RESULTANTE ES NULA EL SISTEMA DE FUERZAS ESTÁ EN EQUILIBRIO.

De aquí surge que la CONDICIÓN DE EQUILIBRIO DE UN SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTES ES QUE LA RESULTANTE SEA NULA.

Para comprobar que la resultante del sistema es nula podemos valernos de METODOS GRÁFICOS O ANALÍTICOS.

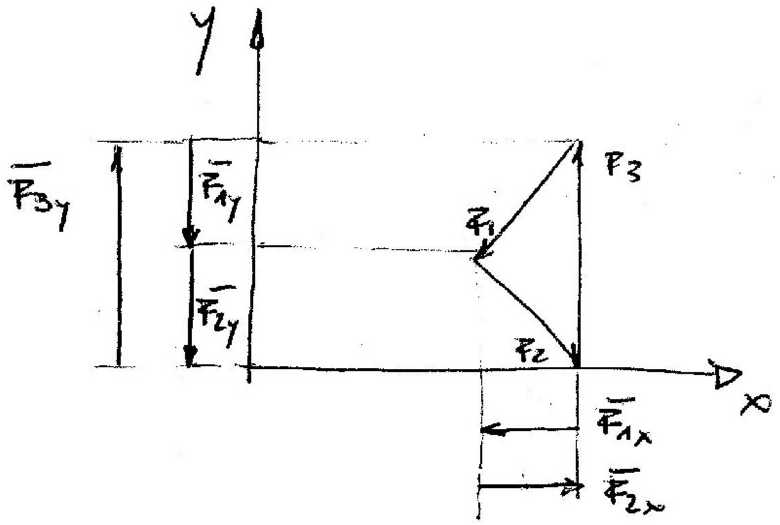
Por métodos gráficos la comprobación puede realizarse por medio del POLÍGONO DE FUERZAS, el que sabemos debe resultar CERRADO.-



- Si se quiere realizar la COMPROBACIÓN EN FORMA ANALÍTICA nos valemos del teorema DE LAS PROYECCIONES para la cual adoptamos un par de ejes coordenados y PROYECTAMOS TODAS LAS FUERZAS DEL SISTEMA SOBRE AMBOS EJES, debiendo cumplirse que:

$$\sum_{i=1}^{n} F_x = 0$$

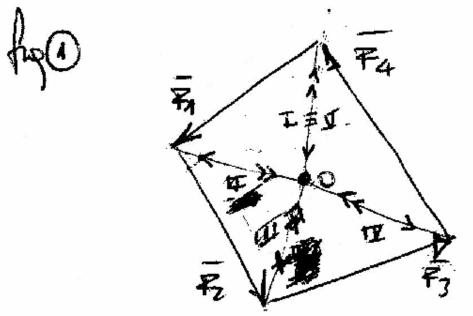
$$\sum_{i=1}^{n} F_y = 0$$

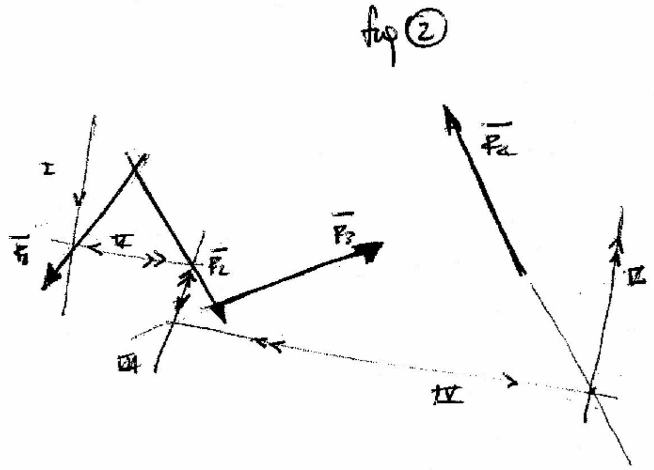


Todo lo enunciado anteriormente se lo puede sintetizar en el siguiente CUADRO:

- CONDICIONES DE EQUILIBRIO DE UN SISTEMA DE FUERZA CONCURRENTES
  - RESULTANTE NULA
    - CONDICIÓN GRÁFICA
      - POLÍGONO DE FUERZAS CERRADO
    - CONDICIÓN ANALÍTICA
      - $\Sigma x = 0$
      - $\Sigma y = 0$

- <u>CONDICIONES DE EQUILIBRIO DE UN SISTEMA DE FUERZAS NO CONCURRENTES</u>





Supongamos tener un SISTEMA DE FUERZAS NO CONCURRENTES cuya resultante sea NULA.

Vamos a demostrar que la resultante nula es una CONDICIÓN NECESARIA PARA EL EQUILIBRIO DEL SISTEMA PERO NO SUFICIENTE.

- Lo vamos a demostrar gráficamente, para ello construimos nuestro POLÍGONO DE FUERZAS el que resultará CERRADO.

- Elegimos un polo (O) y trazamos desde él, los RAYOS POLARES. Fig. 1.-

- Dibujamos el FUNICULAR correspondiente. Fig. 2.-

- Vamos a DESCOMPONER cada una de las fuerzas del sistema en dos direcciones que son las de los rayos que concurren a cada una de ellas.-

- Esa descomposición ya se encuentra realizada en la Fig. 2 POLAR, faltándole colocar los sentidos a cada una de las cuatro fuerzas de nuestro ejemplo han sido reemplazadas por dos o sea que ahora tenemos un SISTEMA DE OCHO FUERZAS, pero es fácil darse cuenta que las fuerzas que actúan sobre la dirección de los RAYOS II; III y IV, son COLINEALES DE IGUAL INTENSIDAD y SENTIDO CONTRARIO, por lo tanto SE ANULAN ENTRE SÍ, por lo que el sistema se REDUCE A DOS FUERZAS UNICAMENTE, que son las que actúan sobre la dirección del RAYO I y V.-

- También es fácil darse cuenta que estas dos fuerzas son PARALELAS; DE IGUAL INTENSIDAD y SENTIDO CONTRARIO, por lo que constituyen a un PAR o CUPLA.

- Esto significa que nuestro sistema PRIMITIVO que tenia resultante nula se redujo a un PAR o CUPLA que también tiene resultante nula pero su EFECTO NO ES NULO, sino que tiende a hacer girar el cuerpo sobre el cual está aplicado.

  Por lo que lo saca de su CONDICIÓN DE EQUILIBRIO.

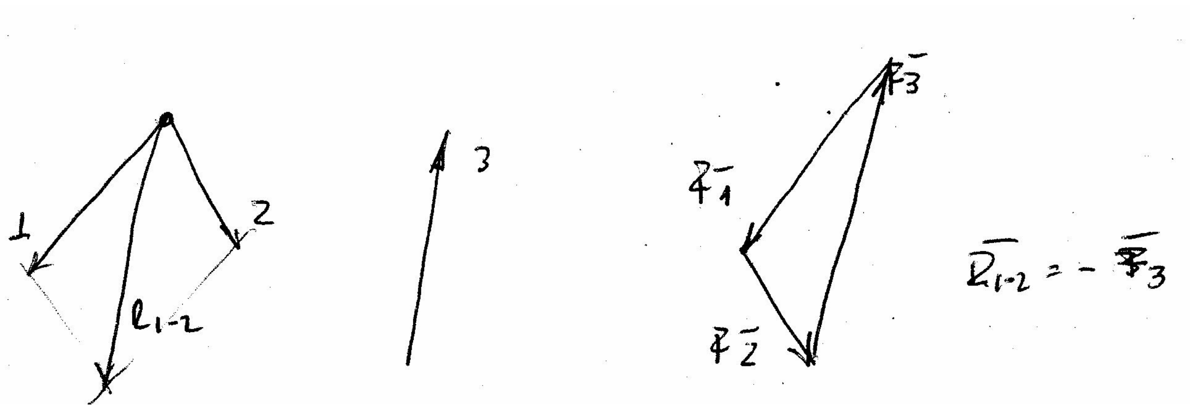
Quedó de esta manera demostrado que la condición resultante NULA ERA NECESARIA PERO NO SUFICIENTE. Es necesario que el PAR o CUPLA también sea NULA y para que ello OCURRA la fuerza que actúan según la dirección de los RAYOS I y V, también tendrían que anularse y para ello en esta demostración gráfica que hemos hecho el rayo I y V DEBERIAN ALINEARSE, condición esta que se enuncia de la siguiente manera:

<u>"EL POLÍGONO FUNICULAR DEBE SER CERRADO"</u>

Si realizamos nuevamente el cuadro anterior, para un SISTEMA DE FUERZAS NO CONCURRENTES tendríamos:

- CONDICIONES DE EQUILIBRIO DE UN SISTEMA DE FUERZAS NO CONCURRENTES
  - GRÁFICA
    - 1. POLÍGONO DE FUERZAS CERRADO
    - 1. POLÍGONO FUNICULAR CERRADO
  - ANALÍTICAS
    - 1: $\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = 0$
    - 2: $\Sigma M = 0$

- TRES FUERZAS NO CONCURRENTES NUNCA PUEDEN ESTAR EN EQUILIBRIO EXCEPTO SI SON PARALELAS (concurren en el infinito)



La resultante de las fuerzas F_1 y F_2, R_{1-2} y la fuerza F_3, siempre van a formar un PAR o CUPLA.