

FISICA I - MECANICA

Serie de problemas n° 7: Impulso, trabajo y energía.

Problema n° 1

Una fuerza constante de 60 dinas actúa por 12 segundos en un cuerpo cuya masa es 10 gramos. La velocidad inicial del cuerpo es de 60 cm/s en la misma dirección de la fuerza. Calcular:

- a) El trabajo efectuado por la fuerza.
- b) La variación de la cantidad de movimiento.
- c) La variación de la energía cinética.
- d) El impulso recibido por el cuerpo.
- e) La potencia desarrollada.

Solución:

a) Por definición: $W = F \cdot x \cdot \cos \theta$

En este caso, como la fuerza y el desplazamiento tienen la misma dirección $\theta = 0^\circ$ y como la fuerza es constante, la aceleración también es, o sea, se desplaza con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado donde:

$$a = F/m = 60 \text{ dinas} / 10\text{g.} = 6 \text{ cm} / \text{s}^2$$

$$x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = (60 \text{ cm/s}) \cdot 12\text{s.} + \frac{1}{2} \cdot (6 \text{ cm/s}^2) \cdot (12\text{s})^2 = 1152 \text{ cm.}$$

$$\therefore W = F \cdot x \cdot \cos 0^\circ = 60 \text{ dinas.} \cdot 1152 \text{ cm.} = 69120 \text{ erg.}$$

b) $\vec{p} = m \cdot \vec{v} \Rightarrow \Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_0$

La velocidad final (al cabo de 12s) es: $v_f = v_0 + a \cdot t = 60 \text{ cm/s} + (6 \text{ cm/s}^2) \cdot 12\text{s} = 132 \text{ cm/s}$

$$\therefore |\Delta \vec{p}| = m \cdot v_f - m \cdot v_0 = 10\text{g.} \cdot 132 \text{ cm/s} - 10\text{g.} \cdot 60 \text{ cm/s} = 720 \text{ g. cm/s}$$

c) $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$$\therefore \Delta E_c = E_{cf} - E_{c0} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_f^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \cdot 10\text{g.} \cdot [(132 \text{ cm/s})^2 - (60 \text{ cm/s})^2] = 69120 \text{ erg.}$$

d) $\vec{I}_m = \vec{F} \cdot \Delta t = 60 \text{ dinas.} \cdot 12\text{s.} = 720 \text{ dinas. s.}$

$I_m = 720 \text{ dinas. s}$ es equivalente a 720 g. cm/s . El impulso es igual a la variación de la cantidad de movimiento.

e) $P = W/t = 69120 \text{ erg.} / 12\text{s.} = 5760 \text{ erg./s}$

Problema n° 2

Un automóvil de 1200Kg. que marcha a una velocidad constante de 72km/h, asciende por una pendiente del 3%. Suponiendo que no existe rozamiento, calcular el trabajo efectuado por el motor en 8 minutos y la potencia desarrollada por el.

Solucion:

La potencia instantánea es: $P = dW / dt = F \cdot dx / dt = F \cdot v$ (1)

Considerando las fuerzas que actúan sobre el automóvil:

$$F - P_x = m \cdot a \quad \text{pero al ser } v = \text{cte es } a=0$$

$$\therefore F = P_x = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

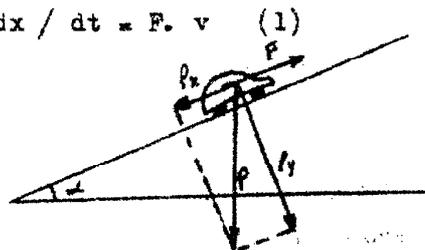
Si la pendiente es del 3% $\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 0,03 \Rightarrow \alpha = 1^\circ 43' 06''$

entonces: $F = m \cdot g \cdot \sin \alpha = 1200 \text{kg} \cdot 9,8 \text{m/s}^2 \cdot \sin 1^\circ 43' 06'' = 352,64 \text{ N}$.

$$\therefore P = F \cdot v = 352,64 \text{ N} \cdot 20 \text{m/s} = 7052,83 \text{ vatios}$$

Trabajo: $W = F \cdot x = 352,64 \text{ N} \cdot 9600 \text{m} = 3385344 \text{ Joule}$.

$$x = v \cdot t = 20 \text{m/s} \cdot 480 \text{s} = 9600 \text{ m}$$

Problema n° 3:

Un joven que pesa 30 kg parte del reposo y se desliza por el pasamanos de una escalera de 3m de altura y 5m de largo. Su velocidad en la parte mas baja es de 3m/s. Calcular: a) La pérdida de energía debido a la fricción.

b) La fuerza de fricción.

Solucion:

a) La energía mecánica es igual a la suma de la energía cinética y la energía potencial.

En el instante inicial (1), la velocidad es nula, en consecuencia la energía cinética es cero.

$$E_{M1} = E_{c1} + E_{p1} = 0 + m \cdot g \cdot h = 30 \text{kg} \cdot 9,8 \text{m/s}^2 \cdot 3 \text{m} = 882 \text{ J}$$

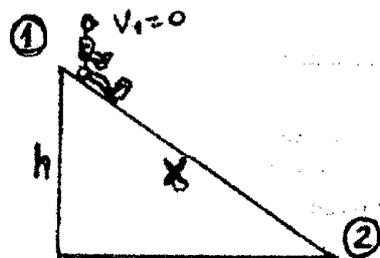
En el instante en que llega a la parte más baja, la energía potencial es nula.

$$E_{M2} = E_{c2} + E_{p2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 30 \text{kg} \cdot (3 \text{m/s})^2 = 135 \text{ J}$$

$$\Delta E_M = E_{M2} - E_{M1} = 135 \text{ J} - 882 \text{ J} = -747 \text{ J} \quad (\text{o sea pérdida de energía, debido a la fuerza de rozamiento})$$

$$b) \text{ Considerando que: } \Delta E = W = f_r \cdot x \Rightarrow f_r = (\Delta E_M) / x$$

$$f_r = (-747 \text{ J}) / 5 \text{m} = -149,4 \text{ N}$$

Problema n° 4:

Una caja de 0,2 kg. se lanza hacia arriba con velocidad inicial de 3m/s por un plano rugoso inclinado, que forma 60° con la horizontal. El coeficiente de rozamiento es 0,3. Calcular:

a) La fuerza que actúa sobre la caja.

b) La distancia recorrida por la caja a lo largo del plano, antes de detenerse momentáneamente.

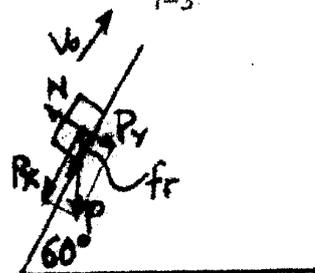
c) El trabajo realizado por cada una de las fuerzas cuando se desliza hacia arriba.

d) El trabajo realizado por cada una de las fuerzas cuando la caja se desliza hacia abajo.

e) La velocidad cuando llega a la base del plano.

Solución:

7-3



a) La fuerza que actúa en la dirección del movimiento:

$$-P_x - f_r = m \cdot a = F$$

$$F = -P \cdot \sin 60^\circ - (P \cdot \cos 60^\circ) \cdot \mu$$

$$F = 0,2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,866 - (0,2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5) \cdot 0,3 =$$

$$a = -1,99 \text{ N}$$

b) La aceleración del bloque, cuando sube es: $a = F/m = -1,99 \text{ N} / 0,2 \text{ kg}$

$$a = -9,95 \text{ m/s}^2$$

Considerando que: $v_f^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot x$ y que $v_f = 0 \text{ m/s}$ se obtiene:

$$x = \frac{-v_0^2}{2 \cdot a} = \frac{-(3 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (-9,95 \text{ m/s}^2)} = 0,452 \text{ m}$$

c) El trabajo de las fuerzas normales al plano es nulo.

En la dirección x:

$$T_{P_x} = P_x \cdot x \cdot \cos 180^\circ = 0,2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,866 \cdot 0,452 \text{ m} = -0,767 \text{ J}$$

$$T_{f_r} = f_r \cdot x \cdot \cos 180^\circ = 0,3 \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 \cdot 0,452 \text{ m} = -0,133 \text{ J}$$

Cuando el cuerpo se desliza hacia arriba, tanto la fuerza de rozamiento como la componente x del peso realizan trabajo resistente.

d) En el caso en que la caja se deslice hacia abajo, la componente del peso realizará un trabajo motor, o sea:

$$T_{P_x} = P_x \cdot x \cdot \cos 0^\circ = 0,2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,866 \cdot 0,452 \text{ m} = 0,767 \text{ J}$$

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento será: trabajo resistente:

$$T_{f_r} = f_r \cdot x \cdot \cos 180^\circ = 0,3 \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 \cdot 0,452 \text{ m} (-1) = -0,133 \text{ J}$$

e) Cuando el cuerpo se deslice hacia abajo:

$$P_x - f_r = m \cdot a \quad \therefore a = \frac{P_x - f_r}{m}$$

$$a = \frac{0,2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,866 - 0,3 \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5}{0,2 \text{ kg}} = 7,02 \text{ m/s}^2$$



En el momento que comienza a descender la $v_0 = 0 \text{ m/s}$.

$$\therefore v_f = \sqrt{2 \cdot a \cdot x} = \sqrt{2 \cdot 7,02 \cdot 0,452} \text{ m/s} = 2,52 \text{ m/s}$$

Problema n° 5:

La fuerza ejercida sobre un cuerpo de masa 10kg. aumenta de acuerdo a la relación: $F = 10 + 2t$, estando F expresada en Newton y t en segundos. Calcular:

a) El impulso de la fuerza de 0 a 3 segundos.

b) La cantidad de movimiento al cabo de ese tiempo.

c) Durante cuantos segundos debe actuar la fuerza para que el impulso sea de

Solución:

a) Por definición: $I = \int_{t_0}^t F \cdot dt$

$$I = \int_0^3 (10 + 2 \cdot t) \cdot dt = \left[10t + t^2 \right]_0^3 = 39 \text{ N} \cdot \text{s}$$

b) Considerando que $I = \Delta p$ se deduce que: $p_3 = 39 \text{ N} \cdot \text{s} = 39 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

c) $I = 10t + t^2 = 231 \text{ N} \cdot \text{s} \rightarrow t^2 + 10t - 231 = 0$

$$\therefore t = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-231)}}{2 \cdot 1} = \frac{-10 \pm \sqrt{1024}}{2} = \frac{-10 \pm 32}{2}$$

de donde $t = \frac{-10 + 32}{2} = 11 \text{ s}$.

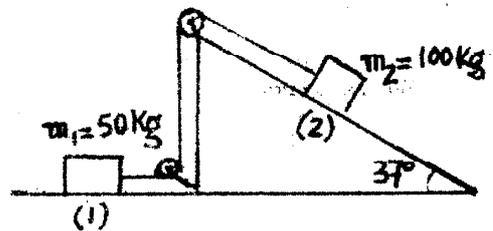
$t' = \frac{-10 - 32}{2} = -22 \text{ s}$ (no es solución)
carece sentido físico.

Respuesta: La fuerza debe actuar durante 11 segundos.

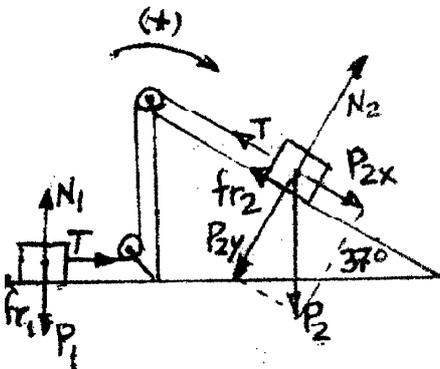
Problema n° 6:

En el dispositivo de la figura la tensión del cable es de 210 N. y la aceleración de los bloques es de $0,5 \text{ m/s}^2$. Determinar:

- a) los coeficientes de rozamiento de cada bloque.
- b) La energía cinética del sistema al cabo de 5 segundos, suponiendo la partida del reposo.
- c) La variación de energía potencial en el mismo lapso.



Solución:



Considerando el bloque (1) tenemos:

$$T - f_{r1} = m_1 \cdot a \quad \text{o sea:} \quad T - \mu_1 N_1 = m_1 \cdot a$$

$$\mu_1 = \frac{T - m_1 \cdot a}{m_1 \cdot g} = \frac{210 \text{ N} - 50 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2}{50 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 0,38$$

Para el bloque (2):

$$P_{2x} - T - f_{r2} = m_2 \cdot a \Rightarrow P_2 \cdot \text{sen } 37^\circ - T - \mu_2 N_2 = m_2 \cdot a$$

$$\mu_2 = \frac{m_2 \cdot g \cdot \text{sen } 37^\circ - T - m_2 \cdot a}{m_2 \cdot g \cdot \text{cos } 37^\circ}$$

$$= \frac{100 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \text{sen } 37^\circ - 210 \text{ N} - 100 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2}{100 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \text{cos } 37^\circ} = 0,42$$

b) Considerando que se desplazan con movimiento uniformemente acelerado, con velocidad inicial nula tenemos: $v_f = v_0 + a \cdot t = 0 \text{ m/s} + 0,5 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ s} = 2,5 \text{ m/s}$

$$\therefore E_c = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot (50 \text{ kg} + 100 \text{ kg}) \cdot (2,5 \text{ m/s})^2 = 468,75 \text{ J}$$

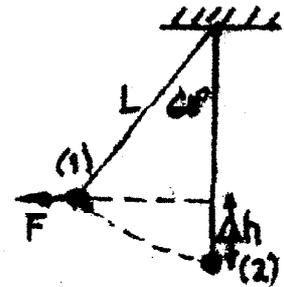
c) En los 5 segundos el cuerpo recorrió $x = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{(2,5 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 0,5 \text{ m/s}^2}$
 $x = 6,25 \text{ m}$

Considerando que $\text{sen } 37^\circ = \frac{\Delta h_2}{x}$ tenemos: $\Delta h_2 = x \cdot \text{sen } 37^\circ = 3,76 \text{ m}$.

$$\therefore \Delta E_p = -m_2 \cdot g \cdot \Delta h_2 = -100 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 3,76 \text{ m} = -3684,8 \text{ J}$$

Problema n° 7:

El péndulo simple de la figura tiene una longitud de 5 metros y una masa de 2 kilogramos. Está en equilibrio en la posición indicada (1), gracias a la fuerza horizontal conveniente. Se disminuye lentamente el módulo de F , siempre horizontal, hasta que la esfera queda en la posición natural de equilibrio (2). Calcular el trabajo realizado por la fuerza F .

Solución:

Considerando la relación que existe entre trabajo y energía tenemos:

$$T_F = \Delta E_M \quad \text{pero la } \Delta E_C = 0 \quad \text{porque } \Delta v = 0$$

$$T_F = \Delta E_P = m \cdot g \cdot \Delta h$$

De acuerdo al gráfico: $\cos 60^\circ = \frac{L - \Delta h}{L}$

de donde: $\Delta h = L - L \cdot \cos 60^\circ = L (1 - \cos 60^\circ)$

En consecuencia: $T_F = m \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos 60^\circ) = 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ m} \cdot (1 - \cos 60^\circ) = 49 \text{ J}$.

Problema n° 8:

Un cañón de 250 kg. dispara un proyectil de 1 kg. con una velocidad inicial de 500 m/s. Calcular:

- La velocidad de retroceso del cañón.
- Si el retroceso se efectúa contra una fuerza constante de 1960 N. Hallar el tiempo que tardara en detenerse.
- La distancia recorrida hasta detenerse.

Solución:

a) Considerando la conservación de cantidad de movimiento, podemos expresar:

$$P_c + P_b = P'_c + P'_b \quad \text{pero inicialmente el sistema se halla en reposo.}$$

$$0 = m_c \cdot v'_c + m_b \cdot v'_b \Rightarrow v'_c = -\frac{m_b \cdot v'_b}{m_c} = -\frac{1 \text{ kg} \cdot 500 \text{ m/s}}{250 \text{ kg}} = -2 \text{ m/s}$$

El signo menos, significa que la velocidad del cañón tiene sentido contrario a la de la bala, en consecuencia retrocede.

b) Considerando la equivalencia entre la variación de la cantidad de movimiento y el impulso tenemos:

$$m_c \cdot v'_c - m_c \cdot v_c = I_M = F \cdot t \Rightarrow t = \frac{m_c \cdot (v'_c - v_c)}{F}$$

$$t = \frac{250 \text{ kg} \cdot (-2 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s})}{1960 \text{ N}} = 0,25 \text{ s}$$

c) Considerando que: $T = \Delta E_C$ tenemos: $F \cdot x = \frac{1}{2} m_c (v'^2_c - v^2_c)$

de donde: $x = \frac{m_c \cdot (v'^2_c - v^2_c)}{2 \cdot F} = \frac{250 \text{ kg} \cdot [(-2 \text{ m/s})^2 - (0 \text{ m/s})^2]}{2 \cdot 1960 \text{ N}} = 0,25 \text{ m}$.

Problema n° 9:

Una bomba de 10 kg. es soltada desde un avion que vuela horizontalmente a 270 km/h. Si el avión está a 100 m. de altura, calcular:

- La energía cinética inicial de la bomba.
- Su energía potencial inicial.
- Su energía total. (energía mecánica)
- Su velocidad al llegar al suelo.
- Sus energías potencial y cinética, 3 segundos después de haber sido soltada.

Solución:

a) Como la bomba es soltada desde el avion, inicialmente el módulo de la velocidad de la bomba será igual a la velocidad del avion.

$$v_0 = 270 \text{ km/h} = 75 \text{ m/s}$$

$$E_{co} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ kg} \cdot (75 \text{ m/s})^2 = 28125 \text{ J.}$$

$$b) E_{po} = m \cdot g \cdot h_0 = 10 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ m} = 9800 \text{ J.}$$

c) La energía mecánica total es igual a la suma de la energía potencial y cinética.

$$E_{Mo} = E_{co} + E_{po} = 28125 \text{ J.} + 9800 \text{ J.} = 37925 \text{ J.}$$

d) Al llegar al suelo, la altura es nula ($h=0$), por lo tanto, la energía potencial también es nula. Considerando que el sistema es conservativo, podemos expresar:

$$E_{Mf} = E_{Mo} \quad \text{y} \quad E_{Mf} = E_{cf} + E_{pf} = 37925 \text{ J.}$$

$$\text{O sea } E_{cf} = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 \rightarrow v_f = \sqrt{(2 \cdot E_{cf}) : m}$$

$$\therefore v_f = \sqrt{\frac{2 \cdot 37925 \text{ J.}}{10 \text{ kg.}}} = 87,09 \text{ m/s}$$

e) Para hallar la energía potencial, debemos calcular previamente la altura a que se encuentra a los 3 segundos.

$$h_3 = h_0 - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 100 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (3 \text{ s})^2 = 55,9 \text{ m.}$$

$$\therefore E_{P_3} = m \cdot g \cdot h_3 = 10 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 55,9 \text{ m} = 5478,2 \text{ J.}$$

y considerando que se conserva la energía mecánica:

$$E_{c_3} = E_M - E_{P_3} = 37925 \text{ J.} - 5478,2 \text{ J} = 32446,8 \text{ J.}$$

Problema n° 10:

Un proyectil de 8kg es disparado por un cañón con una velocidad inicial de 24 m/s, bajo un ángulo de elevación de 45°. Se pone a continuación el cañón vertical y se dispara otro proyectil análogo, con la misma velocidad inicial. Hallar:

- Las máximas alturas alcanzadas por los proyectiles, usando consideraciones cinemáticas.
- En ambos casos la energía total en el vértice de la trayectoria.
- Haciendo uso del principio de conservación de la energía, hallar la altura que alcanzaría un proyectil similar disparado con un ángulo de 30°.

Solución:

a) La altura máxima es:
$$h_{\max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g}$$

Para el primer proyectil:
$$h_1 \max. = \frac{(24 \text{ m/s})^2 \cdot \sin^2 45^\circ}{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} \approx 14,69 \text{ m.}$$

Para el segundo proyectil:
$$h_2 \max. = \frac{(24 \text{ m/s})^2 \cdot \sin^2 90^\circ}{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} \approx 29,38 \text{ m.}$$

b) Para el primer proyectil, en el vértice:

La energía potencial es:
$$E_{p1} = m \cdot g \cdot h_1 = 8 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 14,69 \text{ m} \approx 1151,70 \text{ J.}$$

La velocidad en el punto más alto es $v = v_0 \cdot \cos 45^\circ$, por lo tanto la energía cinética es:
$$E_{c1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_0 \cdot \cos 45^\circ)^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ kg} \cdot (24 \text{ m/s} \cdot \cos 45^\circ)^2 \approx 1151,65 \text{ J.}$$

La energía total:

$$E_{M1} = E_{c1} + E_{p1} = 1151,65 \text{ J.} + 1151,70 \text{ J} = 2303,35 \text{ J.}$$

Para el segundo proyectil, en el vértice:

La energía potencial es:
$$E_{p2} = m \cdot g \cdot h_2 = 8 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 29,38 \text{ m} = 2303,39 \text{ J.}$$

La velocidad en el punto más alto es nula, por lo tanto la energía cinética es nula.

La energía mecánica total:

$$E_{M2} = E_{c2} + E_{p2} = 0 \text{ J.} + 2303,39 \text{ J} = 2303,39 \text{ J.}$$

Comparando la energía mecánica total de los dos proyectiles de igual masa, de igual módulo de velocidad, podemos decir que la energía mecánica total es la misma.

c) Haciendo uso del principio de conservación de la energía, podemos asegurar que:
$$E_{M3} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_0 \cdot \cos 30^\circ)^2 + m \cdot g \cdot h_{3\max}.$$

De donde:
$$h_{3\max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2 (1 - \cos^2 30^\circ)}{g} = \frac{1 \cdot (24 \text{ m/s})^2 \cdot (1 - \cos^2 30^\circ)}{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 7,35 \text{ m.}$$

Problema n° 11:

Una bala de 10gramos es disparada con una velocidad horizontal de 700m/s y choca con un péndulo balístico de 5 kg. quedando inscruada en él. El péndulo está suspendido de una cuerda de 90cm. de largo. Calcular:

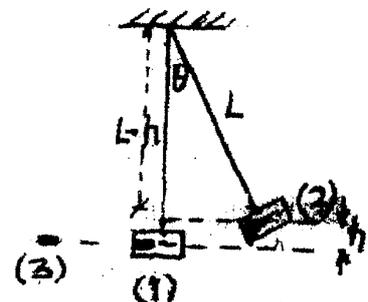
- La altura a que se eleva el péndulo.
- La energía cinética inicial de la bala.
- La energía cinética de la bala y el péndulo después que la bala se ha empujado en el péndulo.
- La amplitud del péndulo.

Solución:

a) Considerando en el momento inicial $h = 0 \text{ m}$; que en el punto de altura máxima la velocidad se anula y el principio de conservación de la energía (despreciando las fuerzas disipativas), podemos expresar:

$$E_{M1} = E_{M2}$$

$$\frac{1}{2} (m_b + m_p) \cdot v^2 = (m_b + m_p) \cdot g \cdot h$$



de donde:

$$h = \frac{1. (m_b + m_p) \cdot v^2}{2 (m_b + m_p) \cdot g} = \frac{1. v^2}{2. g} \quad (1)$$

Para calcular v , se tiene en cuenta el principio de conservación de la cantidad de movimiento:

$$m_b \cdot v_{ob} + m_p \cdot v_{op} = (m_b + m_p) \cdot v \quad \text{y como } v_{op} = 0$$

$$\therefore v = \frac{m_b \cdot v_{ob}}{m_b + m_p} = \frac{0,010\text{kg} \cdot 700\text{m/s}}{5\text{kg} + 0,010\text{kg}} = 1,40\text{m/s}$$

reemplazando el valor de v en (1) obtenemos:

$$h = \frac{1. (1,40\text{m/s})^2}{2. 9,8\text{m/s}^2} = 0,1\text{m}$$

b) La energía cinética inicial de la bala es:

$$E_{co_b} = \frac{1}{2} \cdot m_b \cdot v_{ob}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,010\text{kg} \cdot (700\text{m/s})^2 = 2450 \text{ J.}$$

$$c) E_{c(\text{conj.})} = \frac{1}{2} \cdot (m_b + m_p) \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot (0,010\text{kg} + 5\text{kg}) \cdot (1,40\text{m/s})^2 = 4,91 \text{ J.}$$

d) De acuerdo al esquema:

$$\cos \theta = \frac{L - h}{L} = \frac{0,90\text{m} - 0,10\text{m}}{0,90\text{m}} = 0,88889 \Rightarrow \theta = 27^\circ 15' 57,3''$$

Problema n° 12:

Un modelo de martillote de 8kg. cae durante 0,45 segundos. Calcular:

- La energía cinética cuando golpea un clavo y lo introduce en un tablón.
- Si el clavo penetra 10 cm. ¿Cual es la fuerza media ejercida?.

Solución:

a) En el momento que inicia su contacto con la cabeza del clavo, el martillote tendrá su máxima velocidad.

$$v = v_0 + g \cdot t = 0\text{m/s} + 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,45\text{s} = 4,41 \text{ m/s}$$

En ese momento su energía cinética vale:

$$E_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 8\text{kg} \cdot (4,41 \text{ m/s})^2 = 77,79 \text{ J.}$$

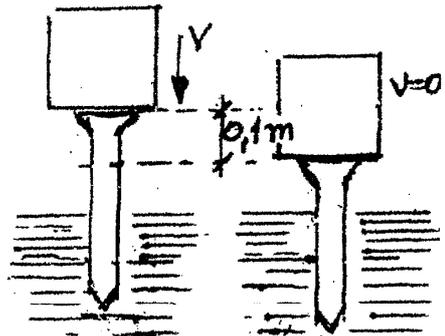
b) La fuerza media ejercida se obtiene de:

$$T_r = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$F \cdot x = - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot x \quad \text{siendo } x = h_2 - h_1$$

$$F = \frac{- \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot x}{-x} = \frac{- \frac{1}{2} \cdot 8\text{kg} \cdot (4,41\text{m/s})^2 - 8\text{kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,1\text{m}}{-0,1 \text{ m}}$$

$$F = 856,324 \text{ N.}$$



Problema n° 13:

Un pequeño bloque de masa $m = 20\text{g}$. rebala en una vía sin rozamiento en forma de rizo. Parte del reposo desde una altura de 5m. medido desde el punto más bajo. Determinar: a) La fuerza resultante que actúa sobre el riel en (1).

b) Desde que altura debiera dejarse caer para que la fuerza sobre el riel en (2) sea igual al peso.

El radio del rizo es $R = 1\text{m}$.

Soluciones:

a) Como la vía es sin rozamiento, se conserva la energía mecánica:

$$E_3 = E_1$$

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot R + \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$$

o bien: $g \cdot h - g \cdot R = \frac{1}{2} v_1^2$

$$\therefore v_1^2 = 2 \cdot g \cdot (h - R) = 2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (5 \text{ m} - 1 \text{ m}) = 78,4 \text{ (m/s)}^2$$

En el punto (1) la fuerza que actúa es la F_c .

$$F_c = \frac{m \cdot v_1^2}{R} = \frac{0,020 \text{ kg} \cdot 78,4 \text{ (m/s)}^2}{1 \text{ m}} = 1,57 \text{ N.}$$

b) si $F_c = P$ es $\frac{m \cdot v_2^2}{R} = m \cdot g$ o bien: $v_2^2 = R \cdot g$

pero $E_3 = E_2$

$$m \cdot g \cdot h = E_{p2} + E_{c2} = m \cdot g \cdot (2R) + \frac{1}{2} m \cdot R \cdot g$$

$$h = \frac{4R + 1R}{2} = \frac{5}{2} R = \frac{5}{2} \cdot 1 \text{ m} = 2,5 \text{ m.}$$

Problema n° 14:

Un juguete consiste en un plano inclinado seguido de un rulo que es recorrido por un móvil, sin rozamiento. El sistema es como el de la figura. Determinar desde qué altura debe dejarse caer, como mínimo, el móvil para que pueda completar el rulo, sin dejar la pista. $R = 15 \text{ cm}$

Solución:

Para que el cuerpo no deje la pista:

$$F_c = P \quad \text{es:} \quad \frac{m \cdot v_B^2}{R} = m \cdot g$$

de donde: $v_B^2 = g \cdot R$

Realizando las consideraciones energéticas:

$$E_{MA} = E_{MB}$$

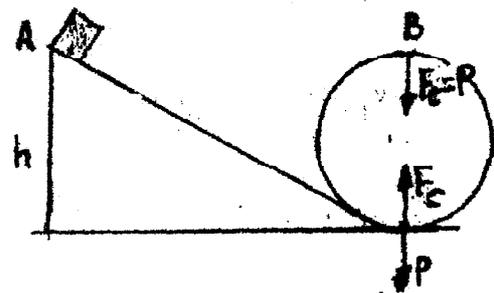
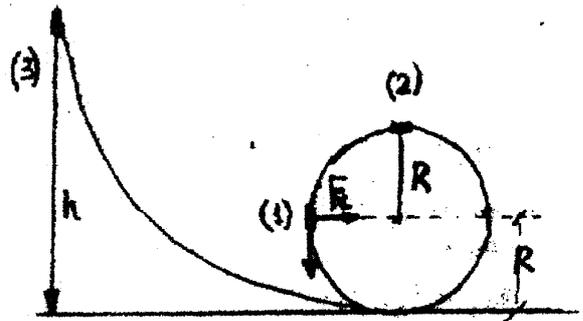
$$m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot (2R) + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot R$$

$$\therefore h_A = 2 \cdot R + \frac{1}{2} R = \frac{5}{2} \cdot 15 \text{ cm} = 37,5 \text{ cm.}$$

Problema n° 15:

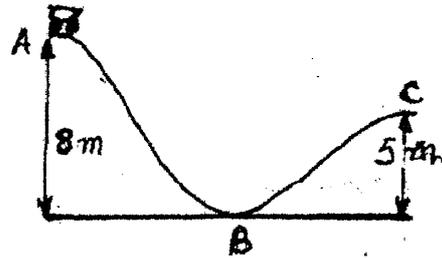
La vagoneta de la figura tiene 300kg. de peso. Recorre la montaña rusa sin rozamiento. Determinar:

- La energía en el punto A (parte del reposo)
- La energía en el punto B.
- La energía en el punto C.



Solución:

- a) En el punto A: $v_A = 0$. . . $E_{cA} = 0$
 $E_{pA} = m_A \cdot g \cdot h_A = P_A \cdot h_A = 300 \text{ kgr} \cdot 8\text{m} = 2400 \text{ kgm}$
 $E_{MA} = E_{cA} + E_{pA} = 0\text{kgm} + 2400 \text{ kgm} = 2400 \text{ kgm}$
- b) En el punto B:
 $h_B = 0$. . . $E_{pB} = 0\text{kgm}$
 $E_{MB} = E_{MA} = 2400 \text{ kgm}$ $E_{cB} = 2400 \text{ kgm}$
- c) En el punto C:
 $E_{MC} = E_{MB} = 2400 \text{ kgm}$
 $E_{pC} = (m \cdot g) h_C = 300 \text{ kgr} \cdot 5\text{m} = 1500 \text{ kgm}$
 $E_{cC} = E_{MC} - E_{pC} = 2400 \text{ kgm} - 1500\text{kgm} = 900 \text{ kgm}$



Problema n° 16

El sistema de la figura, está inicialmente en reposo. Calcular la velocidad del bloque 1 después de desplazarse 6 metros.
 Datos: $m_1 = m_2 = 100\text{kg}$. $\mu = 0,12$

Solución:

Como el desplazamiento del cuerpo 1 es doble del desplazamiento del cuerpo 2, la velocidad $v_2 = v_1 / 2$

El trabajo que realiza el peso del cuerpo 2 menos el trabajo de la fuerza de rozamiento que actúa sobre el cuerpo 1 es igual al incremento de la energía cinética.

$$P_2 \cdot \frac{x}{2} - f_r \cdot x = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2$$

o sea: $m_2 \cdot g \cdot \frac{x}{2} - \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot x = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \left(\frac{v_1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2$

Considerando que $m_1 = m_2$ y realizando las transformaciones algebraicas correspondientes:

$$v_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot g \cdot x - 8 \cdot \mu \cdot g \cdot x}{5}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 9,8\text{m/s}^2 \cdot 6\text{m} - 8 \cdot 0,12 \cdot 9,8\text{m/s}^2 \cdot 6\text{m}}{5}}$$

$v_1 = 5,98 \text{ m/s}$

