Facultad de Ciencias Exactas, Naturales y Agrimensura (U.N.N.E.)

FISICA I - MECANICA

Serie de problemas nº 6: MECANICA RELATIVISTA

PROBLEMA Nº 1:

Determinar la velocidad relativista de una varilla que tiene una longitud medida igual a la mitad de su longitud en reposo.

Solución:

Siendo L la longitud medida de la varilla que se mueve, L_o su longitud en reposo, v la velocidad de la varilla y $c = 3 \cdot 10^8$ m/s la velocidad de la luz en el vacío.

$$L = L_o \cdot \sqrt{1-(v/c)^2}$$

por la primera consecuencia de la teoría de la Relatividad restringida, la varilla móvil se contrae.

Procedemos a despejar v:

$$L^2 = L_o^2 \cdot \left[1-(v/c)^2\right] \quad \therefore \quad \frac{L^2}{L_o^2} = \frac{c^2 - v^2}{c^2} \implies v^2 = -\left(\frac{L \cdot c}{L_o}\right)^2 + c^2$$

$$v = \sqrt{c^2 - \left(\frac{L \cdot c}{L_o}\right)^2}$$

y como en éste caso $L = \frac{1}{2} \cdot L_o$

entonces: $$v = \sqrt{c^2 - \left(\frac{L_o \cdot c}{2\,L_o}\right)^2} = \sqrt{\frac{3\,c^2}{4}} = 0{,}866 \cdot c = 0{,}866 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$v = 2{,}59 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

PROBLEMA Nº2

Una nave espacial que se dirige hacia la Luna pasa por la Tierra con una velocidad relativa de 0,8c. Distancia Tierra- Luna = 384000 km.

a) ¿Qué tiempo demora el viaje de la Tierra a la Luna, de acuerdo a un observador terrestre?

b) ¿Cúal es la distancia Tierra-Luna, de acuerdo a un pasajero de la nave?

c) ¿Qué tiempo demora el viaje, de acuerdo con el pasajero?

Solución:

a) Teniendo la nave movimiento uniforme, el tiempo que tardará será:

$$t = \frac{e}{v} = \frac{3{,}84 \cdot 10^8 \text{ m}}{0{,}8 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1{,}6 \text{ s.}$$

b) Para el pasajero, la distancia Tierra-Luna es móvil, y se contrae,

$$L = L_o \cdot \sqrt{1-(v/c)^2} = 3{,}84 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \sqrt{1-(0{,}8c/c)^2} = 3{,}84 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot 0{,}6$$

$$L = 2{,}304 \cdot 10^8 \text{ m}$$

c) Para el pasajero, el tiempo será el cociente de su distancia y su velocidad,

$$t_p = L/v = (2{,}304 \cdot 10^8 \text{ m}) / (0{,}8 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}) = 0{,}96 \text{ segundos.}$$

Por otra parte, el tiempo medido por el observador terrestre, es tiempo móvil para el pasajero, luego:

$$t_p = t.\sqrt{1-(v/c)^2} = 1,6s.\sqrt{1-(0,8c/c)^2} = 1,6s.\ 0,6 = 0,96s.$$

PROBLEMA N°3:

Un mesón μ es una partícula inestable, cuya vida media es de $2.\ 10^{-6}$ seg. medida por un observador en reposo con respecto al mesón. ¿Cuál será la vida media con respecto a un observador que ve el mesón moverse con una velocidad de 0,9c.?

Solución:

$t_o = 2.\ 10^{-6}$ segundos es el tiempo de vida media del mesón en reposo. Como el mesón no se halla en reposo sino que se mueve con $v = 0,9c.$ respecto del observador; el observador registrará en su reloj un tiempo dilatado, de acuerdo con la expresión:

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{2.\ 10^{-6}\ s}{\sqrt{1-(0,9c/c)^2}} = \frac{2.\ 10^{-6}s}{\sqrt{0,19}} = 4,588\ .\ 10^{-6}seg.$$

PROBLEMA N°4:

Hallar la masa de un electrón animado de una velocidad igual a la cuarta parte de la velocidad de la luz. $m_o = 9,11\ .\ 10^{-31}kg.$

Solución:

La Teoria de la Relatividad establece que la masa de un cuerpo que se mueve con velocidad v es: $m = m_o / \sqrt{1-(v/c)^2}$, siendo $v = c/4$ y $m_o = 9,11.\ 10^{-31}$ kg. resulta:

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{9,11.\ 10^{-31}kg.}{\sqrt{1-(c/4c)^2}} = \frac{9,11.\ 10^{-31}kg}{\sqrt{1-(1/16)}} = 9,409\ .\ 10^{-31}kg.$$

PROBLEMA N°5:

Los mesones son partículas inestables que se desintegran originando otras partículas. Un mesón π en reposo, se desintegra aproximadamente en $2,6.\ 10^{-8}$ segundos después de que se ha producido. Este tiempo se conoce como vida media.

a) En el laboratorio, un mesón π se mueve con una velocidad de 0,8c con relación al observador. Este mide la vida media de la partícula. ¿Qué resultado obtiene?

b) ¿Qué distancia (medida en el laboratorio) recorre la partícula desde que se produce hasta que se desintegra?

Solución:

a) Como en el caso del problema 3 , el observador mide un tiempo móvil, ya que el tiempo de vida media corresponde al reposo.

Luego:

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{2,6\ .\ 10^{-8}seg}{\sqrt{1-(0,8c/c)^2}} = \frac{2,6.\ 10^{-8}seg.}{0,6} = 4,33\ .\ 10^{-8}seg.$$

b) Considerando el movimiento uniforme, el espacio, se calcula así:

$$x = v.\ t = 0{,}8c.\ 4.33\ .\ 10^{-8}\ seg. = 0{,}8.\ 3.\ 10^{8}\ \frac{m}{s}.\ 4{,}33.\ 10^{-8}\ s = 10{,}392m.$$

PROBLEMA Nº 6:

Hallar el costo de la energía obtenida cuando un gramo de materia se transforma completamente en energía, suponiendo que el precio de 1 kw.h es de \$a. 1000.

Solución:

Como 1 kw = 1000 Joule/seg , 1 kw.h = $3{,}6\ .\ 10^{6}$ Joule. y $m_o = 1g = 10^{-3}$ kg.
La energía total de la masa en reposo vale:

$$E = m_o.\ c^2 = 10^{-3}\ kg.\ (3.\ 10^{8}\ m/s)^2 = 9.\ 10^{13}\ Joule.$$

El costo de la energía es de: $9\ .\ 10^{13}\ Joule\ .\ \dfrac{1\ kw.h}{3{,}6\ .10^{6} J.}\ .\ \dfrac{\$a.1000}{1\ kw.h} = \$a.\ 2{,}5.\ 10^{10}$

PROBLEMA Nº 7:

Una partícula relativista de masa en reposo m_o se mueve con velocidad o,9c
Hallar: a) su masa relativista. b) Su energía cinética.

Solucion:

$$a)\ m = \frac{m_o}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{m_o}{\sqrt{1-(0{,}9c/c)^2}}\quad \frac{m_o}{\sqrt{0{,}19}} = 2{,}3\ m_o$$

$$b)\ E_c = (m - m_o)\ .\ c^2 = (2{,}3\ m_o - m_o).\ c^2 = 1{,}3\ m_o c^2$$

PROBLEMA Nº 8 :

Un muón se desintegra con semiperíodo T cuando se halla en reposo, y se ha observado que este periodo es de 6T para los muones en movimiento. Calcúlese su velocidad.

Problema propuesto. Respuesta: $v = 0{,}987.c$