PROBLEMAS RESUELTOS

SERIE Nº 5 .- DINÁMICA

Problema 1.- Considerar un cuerpo cuyo peso, expresado en el sistema técnico es de 3 kgr a) Expresar el valor del peso del cuerpo en el sistema M.K.S. b) Calcular el valor de la masa expresado en el M.K.S. c) Comparar los valores numéricos del peso y la masa en los dos sistemas y enunciar la conclusión que obtiene.
Solución:

a) Considerando que 1 kgr (sistema técnico) equivale a 9,8 N (sistema M.K.S.) se obtiene: $P = 3\text{ kgr} = 3\text{ kgr}.\frac{9{,}8\text{N}}{1\text{kgr}} = 29{,}4\text{ N}$

b) De acuerdo a la segunda ley de Newton : P = m.g

luego: $m = \frac{P}{g} = \frac{29{,}4\text{N}}{9{,}8\frac{m}{s^2}} = 3\text{kg}$

c) **La intensidad del peso, medido en el sistema técnico tiene el mismo valor numérico que la masa, medida en el sistema M.K.S**. En consecuencia: 1 kg de masa medido en el sistema M.K.S. pesa 1 kgr en el sistema Técnico.

Problema 2.- Dada la masa, calcular el peso de un cuerpo y expresarlo en los sistemas: técnico, M.K.S. y c.g.s.
a) 2 kg b) 0,5 g c) 2 u.t.m. d) 0,5 u.t.m.
Solución:

a) P = m.g. = 2 kg . 9,8 m/s^2 = 19,6 N (M.K.S.) =

= 19,6 N / 9,8 N/kgr = 2 kgr (técnico)

= 19,6 N . 10^5 dinas/N = 1,96.10^6 dinas(c.g.s.)

b) P = m.g = 0,5 g. 980 cm/s^2 = 490 dinas(c.g.s.) =

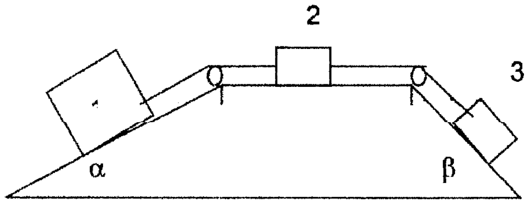
= 4,9.10^{-3} N(M.K.S.) = 4,9.10^{-3} N/ (9,8 N / kgr) = 5.10^{-4} kgr(técnico)

c) P = m.g. = 2 u.t.m. . 9,8 m/s^2 = 19,6 kgr (técnico) =

= 19,6 kgr. 9,8 N/ kgr = 192,08 N (M.K.S.) = 1,9208.10^7 dinas(c.g.s.)

Problema 3.- Tres bloques unidos por una cuerda que pasa por pequeñas poleas sin rozamiento descansan sobre planos lisos. Calcule:

a) La aceleración del sistema y el sentido en que se desplaza
b) Las tensiones de las cuerdas
c) La aceleración y las tensiones, si los planos son rugosos y el coeficiente de rozamiento entre los bloques y los planos es de 0,2.
Datos: P_1 = 50 kgr
$P_2 = P_3$ = 10 kgr
$\alpha = 30°$; $\beta = 45°$
Solución:



a) Hay que tener en cuenta que las poleas sin rozamiento transmiten las fuerzas y solamente cambian la dirección de las mismas.

Supondremos el eje x, a lo largo de la cuerda (paralelo a los planos), y los ejes y perpendiculares a los planos.

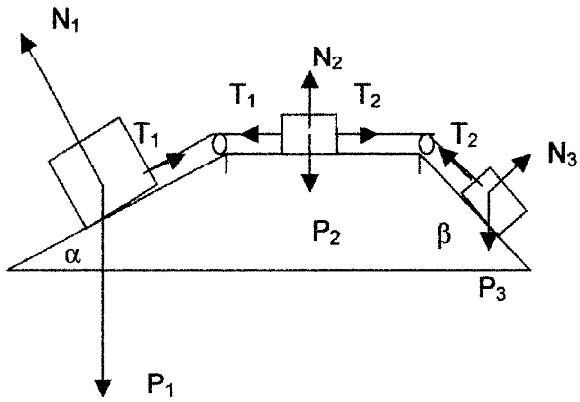
Las fuerzas en la dirección y están en equilibrio:

$N_1 - P_{1y} = 0$

luego $N_1 = P_{1y} = P_1 \cdot \cos\alpha =$
$= 50\ \text{kgr} \cdot \cos 30^\circ = 43{,}30\ \text{kgr}$ (1)

$N_2 - P_2 = 0$;
luego $N_2 = P_2 = 10\ \text{kgr}$ (2)

$N_3 - P_{3y} = 0$
luego $N_3 = P_{3y} = P_3 \cdot \cos\beta =$
$= 10\ \text{kgr} \cdot \cos 45^\circ = 7{,}07\ \text{kgr}$ (3)



Considerando todas las fuerzas que actúan en cada cuerpo en la dirección x se forma un sistema de ecuaciones, para hallar la aceleración.

$$\begin{cases} P_{1x} - T_1 = m_1 \cdot a & (4) \\ T_1 - T_2 = m_2 \cdot a & (5) \\ T_2 - P_{3x} = m_3 \cdot a & (6) \end{cases}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos:

$$a = \frac{P_{1x} - P_{3x}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{P_1 \text{sen}30^\circ - P_3 \text{sen}45^\circ}{(P_1 + P_2 + P_3)/g} = \frac{(50\text{kgr.sen}30^\circ) - (10\text{kgr.sen}45^\circ)}{(50\text{kgr} + 10\text{kgr} + 10\text{kgr})/9{,}8\frac{m}{s^2}} = 2{,}51\frac{m}{s^2}$$

por lo tanto, el sistema se desplaza hacia la izquierda con aceleración 2,51 m/s^2.

Si el valor de la aceleración fuese negativo, significará que el sentido adoptado como positivo, no es el correcto y se tendría que replantear el problema.

b) De (4) $T_1 = P_{1x} - m_1 \cdot a = 50\ \text{kgr .sen } 30^\circ - 50/9{,}8\ \text{u.t.m.} \ .2{,}51\ m/s^2 = 12{,}2\ \text{kgr}$

De (6) $T_2 = P_{3x} + m_3 \cdot a = 10\ \text{kgr .sen}45^\circ + 10/9{,}8\ \text{u.t.m.} \ .\ 2{,}51\ m/s^2 = 9{,}63\ \text{kgr}$

c) Si existe rozamiento, las ecuaciones anteriores se transforman en:

$$\begin{cases} P_{1x} - T_1' - fr_1 = m_1 \cdot a' & (4^*) \\ T_1' - T_2' - fr_2 = m_2 \cdot a' & (5^*) \\ T_2' - P_{3x} - fr_3 = m_3 \cdot a' & (6^*) \end{cases}$$

luego: $$a = \frac{P_{1x} - fr_1 - fr_2 - fr_3 - P_{3x}}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (7^*)$$

$P_{1x} = P_1 \text{ .sen } 30^\circ = 50\ \text{kgr .sen } 30^\circ = 25\ \text{kgr}$

$P_{3x} = P_3 \text{ .sen } 45^\circ = 10\ \text{kgr.sen } 45^\circ = 7{,}07\text{kgr}$

$$\begin{cases} fr_1 = \mu \cdot N_1 = 0{,}2 \cdot 43{,}30\ \text{kgr} = 8{,}66\ \text{kgr} \\ fr_2 = \mu \cdot N_2 = 0{,}2 \cdot 10\ \text{kgr} = 2\ \text{kgr} \\ fr_3 = \mu \cdot N_3 = 0{,}2 \cdot 7{,}07\ \text{kgr} = 1{,}414\ \text{kgr} \\ m_1 = P_1 / g = 50\ \text{kgr} / 9{,}8\ m/s^2 = 5{,}1\ \text{u.tm.} \\ m_2 = P_2 / g = 10\ \text{kgr} / 9{,}8\ m/s^2 = 1{,}02\ \text{u.t.m.} \\ m_3 = m_2 = 1{,}02\ \text{u.t.m} \end{cases}$$

reemplazando estos valores en (7*) se tiene:

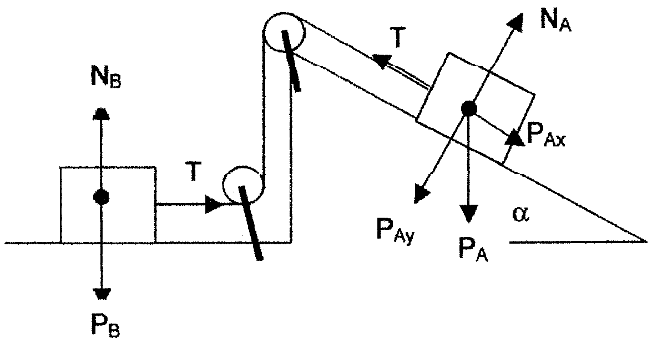
$$a' = \frac{25\text{kgr} - 8{,}66\text{kgr} - 2\text{kgr} - 1{,}414\text{kgr} - 7{,}07\text{kgr}}{(5{,}1 + 1{,}02 + 1{,}02)\text{u.t.m.}} = 0{,}819\frac{m}{s^2}$$

También las tensiones varían, a saber:

$T_1' = P_{1x} - fr_1 - m_1.a' = 25$ kgr -8,66 kgr - 5,1 u.tm. . 0,819 m/s^2 = 12,16 kgr

$T_2' = m_3 . a' - P_{3x} + fr_3 = 1{,}02$ u.t.m. . 0,819 m/s^2 - 7,07 kgr +1,41 kgr = 9,32 kgr

Problema 4.- Dos bloques idénticos se hallan apoyados sobre superficies sin rozamiento, en la forma indicada en la figura. En el supuesto de que las poleas carezcan de peso y de rozamiento, calcular:
a) El tiempo requerido por el cuerpo A para descender 1 metro sobre el plano, si parte del reposo.
b) La tensión de la cuerda que une ambos bloques, si cada uno de ellos tiene una masa de 20 kg y el ángulo del plano inclinado con la horizontal es de 37º.
Solución:



El cuerpo A se desplazará con un movimiento uniformemente acelerado cuya aceleración es la del sistema. Como no se conoce la aceleración es necesario calcularla como paso previo.

Según el gráfico:
$$\begin{cases} P_A . \text{sen}\,\alpha - T = m_A . a & (1) \\ T = m_B . a & (2) \end{cases}$$

Sumando m.a.m. $P_A . \text{sen}\,\alpha - T + T = (m_A + m_B) . a$

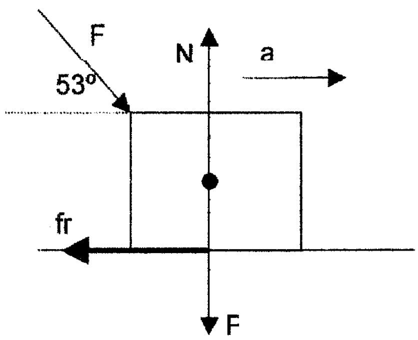
y despejando $a = \dfrac{P_A.\text{sen}\alpha}{m_A + m_B} = \dfrac{m_A.g.\text{sen}\alpha}{m_A + m_B} = \dfrac{20\text{kgr}.9{,}8\frac{m}{s^2}.\text{sen}37^\circ}{20\text{kgr} + 20\text{kgr}} = 2{,}95\dfrac{m}{s^2}$

considerando que el cuerpo A, se desplaza con un movimiento uniformemente acelerado, sin velocidad inicial, su desplazamiento valdrá:

$$x = ½\, a.t^2$$

de donde hallamos la expresión del tiempo $t = \sqrt{\dfrac{2.x}{a}} = \sqrt{\dfrac{2.1m}{2{,}95\frac{m}{s^2}}} = 0{,}82s$

b) de (2) se obtiene: $T = m_B . a = 20$ kg . 2,95 m/s^2 = 59 N



Problema 5.- Una fuerza de 150 N empuja un bloque que pesa 120 N formando un ángulo de 53º de manera que el bloque se acelera a 4,9 m/s^2 sobre una superficie horizontal con rozamiento. ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie?
Solución:

m = P/ g = 120 N / 9,8 m/s^2 = 12,24 kgr

De acuerdo a lo representado gráficamente, verticalmente:

N - F . sen 53º - P = 0 por lo tanto: N = P + F . sen 53º (1) donde: $fr = \mu . N = \mu . (P + F . sen\ 53^o)$ (2)

Por otra parte la sumatoria de fuerzas horizontales:

$F. \cos 53^o - fr = m . a$, por lo tanto: $fr = F . \cos 53^o - m . a$ (3)

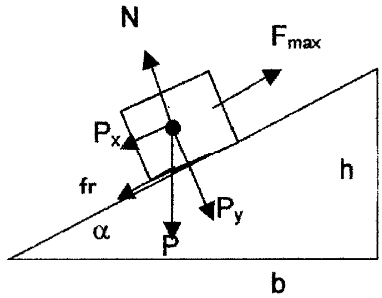
combinando (2) y (3) se obtiene:

$$\mu = \frac{F.\cos 37^o - m.a}{(P + F.sen 53^o)} = \frac{150N.\cos 53^o - 12{,}24kg.4{,}9m/s^2}{120N + 150N.sen 53^o} = 0{,}126$$

Problema 6.- Determinar:

a) Las fuerzas mínima y máxima paralela a un plano inclinado de 30 m de altura y 40 m de base para que se mantenga en él un bloque de 50 kgr. sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático es igual a 0,3, y el dinámico 0,25
b) La fuerza paralela al plano para que el bloque ascienda por él con velocidad constante.
c) La aceleración que adquiere si la fuerza que se le aplica es de 47 kgr paralela al plano y hacia arriba.
d) La distancia recorrida por el cuerpo en 5 segundos en las condiciones del apartado anterior.
e) Qué ocurrirá si se aplica una fuerza de 25 kgr paralela al plano y hacia arriba.
f) Qué pasará si se aplica una fuerza de 13 kgr paralela al plano y hacia arriba.
g) La distancia recorrida por el cuerpo en 6 segundos en las condiciones del apartado anterior

Solución:



El gráfico adjunto representa la situación.

El ángulo del plano inclinado, α , podemos calcularlo

$$tg\alpha = \frac{h}{b} = \frac{30cm}{40cm} = 0{,}75 \Rightarrow \alpha = 36^o 52' 11{,}63''$$

La masa del cuerpo es $m = \frac{P}{g} = \frac{50.kgr}{9{,}8\frac{m}{s^2}} = 5{,}10.u.tm.$

a) Para que el bloque se mantenga en el plano inclinado $\sum \vec{F} = 0$.
Para obtener la fuerza máxima se debe aplicar una fuerza hacia arriba de manera tal que el bloque tienda a subir sin lograrlo.
La fuerza de roce trata de impedir que el cuerpo suba.

$F_{max} - P_x - fr_e = 0$ luego $F_{max} = P_x + fr_e = P .sen\ \alpha + \mu_e .P. \cos \alpha$

$F_{max} = 50$ kgr. $sen\alpha$ + 0,3 . 50 kgr $.\cos\alpha$ = 30 kgr + 12 kgr = 42 kgr

Para obtener la fuerza mínima se debe aplicar una fuerza hacia arriba de manera tal que el bloque tienda a bajar sin concretarlo. En éste caso la fuerza de roce actúa tratando de impedir que el cuerpo baje

$F_{min} - P_x + fr_e = 0$ luego $F_{min} = P_x - fr = P .sen\ \alpha - \mu_e .P. \cos \alpha$

$F_{min} = 50$ kgr. $sen\alpha$ - 0,3 . 50 kgr $.\cos\alpha$ = 30 kgr - 12 kgr = 18 kgr

Para que se mantenga en reposo $18kgr \le F \le 42kgr$

b) Para que el bloque se desplace con velocidad constante, la aceleración debe ser nula por lo tanto $\sum \vec{F} = 0$. Actúa la fuerza de roce dinámica.

Para que ascienda $F - P_x - fr_d = 0$ luego $F = P_x + fr_d = P.\text{sen}\,\alpha + \mu_d.P.\cos\alpha$

$F = 50\ \text{kgr}.\ \text{sen}\alpha - 0{,}25.\ 50\ \text{kgr}.\cos\alpha = 30\ \text{kgr} - 10\ \text{kgr} = 20\ \text{kgr}$

c) Considerando que : $F - P_x - fr_d = m\,.\,a$ entonces:

$$a = \frac{F - P_x - fr_d}{m} = \frac{47\text{kgr} - 30\text{kgr} - 10\text{kgr}}{5{,}10.\text{u.t.m.}} = 1{,}37\frac{m}{s^2}$$

d) En un movimiento uniformemente acelerado: $x = v_0.t + ½\,a.t^2$

siendo $a = 1{,}37\ m/s^2$ y $v_0 = 0$

será: $x = ½.1{,}37\ m/s^2.(5\ s)^2 = 17{,}125\ m$

e) Aplicando hacia arriba una fuerza de 25 kgr, el cuerpo no se movería, ya que la fuerza máxima para moverlo es de 42 kgr y la fuerza mínima de 18 kgr, según lo determinado en a).

f) Si se aplica una fuerza hacia arriba de 13 kgr el cuerpo se desplazaría hacia abajo.

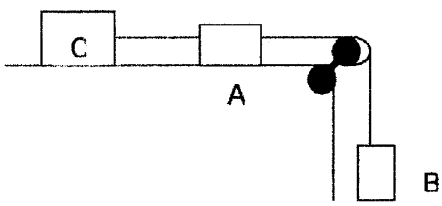
g) Aplicando una fuerza de solamente 13 kgr el cuerpo tendría una aceleración que valdría:

$$a = \frac{F - P_x + fr_d}{m} = \frac{13\text{kgr} - 30\text{kgr} + 10\text{kgr}}{5{,}10.\text{u.t.m.}} = -1{,}37\frac{m}{s^2}$$

siendo: $x = ½.a.t^2 = ½.\ (-1{,}37\ m/s^2).(6s)^2 = -24{,}66\ m$

el cuerpo recorrería 24,66 m hacia abajo.

Problema 7.- Encontrar la aceleración de los bloques y las tensiones de las cuerdas. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque A y la superficie es de 0,25 y el bloque C y la superficie es de 0,30. $P_A = 6$ kgr; $P_B = 8$ kgr; $P_C = 10$ kgr



Solución:

Calculemos primero las fuerzas de roce:

$fr_A = \mu_A\,.\,N = \mu_A\,.\,P_A = 0{,}25\,.\,6\ \text{kgr} = 1{,}5$ kgr

$fr_C = \mu_C\,.\,N = \mu_c\,.\,P_C = 0{,}30\,.\,10\ \text{kgr} = 3$ kgr

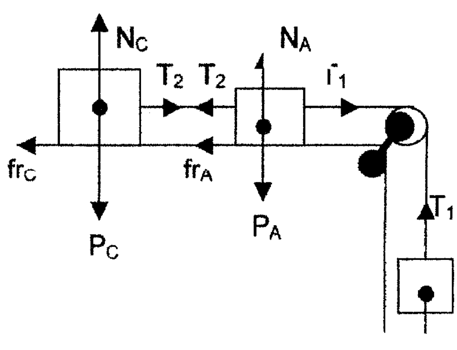
Calculemos además las masas del sistema:

$m_A = P_A / g = 6\ \text{kgr} / 9{,}8\ m/s^2 = 0{,}612$ u.t.m.

$m_B = P_B / g = 8\ \text{kgr} / 9{,}8\ m/s^2 = 0{,}816$ u.t.m.

$m_C = P_C / g = 10\ \text{kgr} / 9{,}8\ m/s^2 = 1{,}02$ u.t.m.

Diagrama de fuerzas



De acuerdo a lo graficado:

$$\begin{cases} P_B - T_1 = m_B\,.\,a & (1) \\ T_1 - T_2 - fr_A = m_A\,.\,a & (2) \\ T_2 - fr_C = m_C\,.\,a & (3) \end{cases}$$

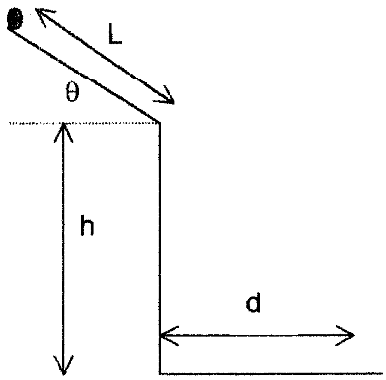
Resolviendo el sistema considerado, podemos calcular la aceleración :

$$a = \frac{P_B - fr_A - fr_C}{m_A + m_b + m_C} = \frac{8kgr - 1{,}5kgr - 3kgr}{(0{,}612 + 0{,}816 + 1{,}02)u.t.m.} = 1{,}43.m/s^2$$

de (1) $T_1 = P_B - m_B . a$ = 8 kgr - 0,816 u.t.m. . 1,43 m/s^2 = 6,83 kgr

de (3) $T_2 = m_C .a + fr_C$ = 1,02 u.tm. . 1,43 m/s^2 + 3 kgr = 4,45 kgr

Problema 8.- Una piedra, partiendo del reposo, se desliza sobre una pendiente rectilínea con rozamiento, como indica la figura. Determinar la distancia horizontal "d" a la cual la piedra choca contra el piso. Datos:
L = 30 m ; h = 60 ; θ = 53° ; μ = 0,67
Solución:



En la pendiente: P.senθ - fr = m . a

m . g .senθ – μ. m.g.cosθ = m . a
Cancelando la masa podemos calcular la aceleración:

a = g.(senθ – μ..cosθ) = 9,8 m/s^2 (sen 53° - 0,67 . cos 53°) = 3,87 m/s^2

Siendo la aceleración es constante y la velocidad inicial 0, la velocidad al final de la pendiente será :

$$v_f^2 = v^2 + 2.a.L \therefore v_f = \sqrt{2.a.L} = \sqrt{2.3{,}87m/s^2.30m} = 15{,}24m/s$$

La velocidad tiene dos componentes:
$v_{0x} = v_f . \cos\theta$ = 15,24 m/s . cos 53° = 9,17 m/s
$v_{0y} = v_f . \text{sen}\theta$ = 15,24 m/s. sen 53° = 12,17 m/s

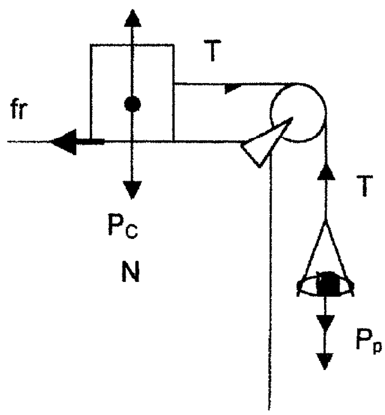
El tiempo que tarda la piedra en llegar al piso es igual al tiempo de "d".

h = v_{0y} . t + ½.g . t^2 => 60 = 12,17 . t + 4,9 . t^2 ó 4,9 t^2 +12,17 t -60 = 0

$$\therefore t = \frac{-12{,}17 \pm \sqrt{(12{,}17)^2 - 4.4{,}9.(-60)}}{2.4{,}9} = \frac{-12{,}17 \pm 36{,}38}{9{,}8} \Rightarrow t_1 = 2{,}47\ s\ ;\ t_2 = -4{,}95\ s$$

Ahora podemos calcular : d = x = v_{0x} .t = 9,17 m/s . 2,47 s = 22,65 m

Problema 9.- Un cuerpo de 10 kgr se halla en reposo sobre una mesa horizontal. El cuerpo está unido a un platillo de 0,5 kgr con una cuerda que pasa por la garganta de una polea sin rozamiento y sin peso, como indica la figura. Si no hay ningún rozamiento entre el cuerpo y la mesa, determinar:
a) la aceleración ; b) la tensión de la cuerda.
c) La mínima cantidad de pesas de 1 kgr que es necesario colocar en el platillo, para que el cuerpo se mueva, si el coeficiente de roce entre la mesa y el cuerpo vale 0,3 .
Solución:



$$\text{a)} \quad \begin{cases} T = m_c . a & (1) \\ P_p - T = m_p . a & (2) \end{cases}$$

sumando $P_p = (m_c + m_p).a$

$m_c = P_c /g$ = 10 kgr /9,8 m/s^2 = 1,02 u.t.m.

$m_p = P_p / g = 0,5$ kgr $/9,8$ m/s$^2 = 0,051$ u.t.m.

$$\therefore a = \frac{P_p}{m_c + m_p} = \frac{0,5 kg.}{1,02.utm + 0,051.utm} = 0,47.m/s^2$$

b) de (1) $T = m_c . a = 1,02$ u.tm . $0,47$ m/s$^2 = 0,479$ kgr

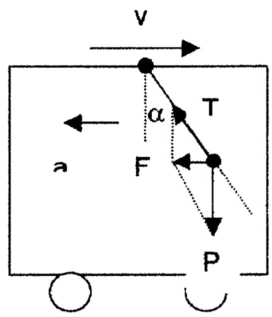
c) Considerando que: $T - fr = m_c . a$ para que la aceleración sea mayor que cero, debe ser: $T > fr = \mu . N = \mu . P_c = 0,3 . 10$ kgr $= 3$ kgr

$\therefore\ T > 3$ kgr

Como cada pesa es de 1 kgr y el platillo pesa 0,5 kgr ,

Rta. Es necesario agregar 3 pesas

Problema 10.- Un tren que viaja a 80,5 km/h frena con desaceleración constante, en 22,6 segundos. Durante ese tiempo, ¿qué ángulo forma con la vertical, una plomada que cuelga del techo de uno de los coches?



Solución:

El tren viaja con velocidad de 80,5 km/h = 22,36 m/s

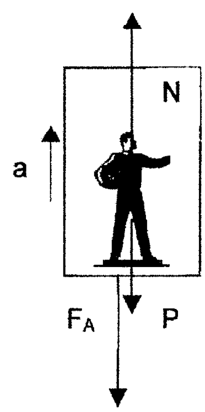
La aceleración: $a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 22,36 m/s}{22,6 s} = -0,98 m/s^2$

Del diagrama de la plomada que cuelga de uno de los coches : $\vec{T} + \vec{P} = \vec{F}$

$F = m . a$ y $P = m . g$

$$tg\alpha = \frac{F}{P} = \frac{m.a}{m.g} = \frac{a}{g} = \frac{0,98 m/s^2}{9,8 m/s^2} = 0,1 \therefore \alpha = 5°42'38,14''$$

Problema 11.- Un hombre de 70 kgr de peso sxe encuentra en la cabina de un ascensor de 3 m de altura. Calcular la fuerza que soportará el suelo del mismo:
a) cuando asciende con aceleración constante de 2 m/s^2.
b) cuando desciende con la misma aceleración anterior.
c) Idem en el caso en que suba o baje con velocidad constante.
d) Cuando el ascensor se encuentra a 15 m del suelo, se desprende la lámpara del techo. Calcular en el caso a) el tiempo que tarda en chocar con el suelo del ascensor. Tómese g = 9,8 m/s^2 .
Solución:



a) De acuerdo con la tercera ley de Newton, la fuerza que soporta el piso del ascensor, debida al hombre, es igual a la reacción normal que soporta el hombre, debida al piso del ascensor, es decir: $F_A = N$

Las fuerzas aplicadas al hombre son las que lo aceleran:
$N - P = m . a \Rightarrow N = m. a + P = m . a + m .g = m (a + g)$

$N = 70$ kg.(2 m/s^2 + 9,8 m/s^2) = 826 Newtons

de donde F_A = 826 Newtons

b) Considerando positivo hacia arriba, al descender, $a = -2$ m/s^2

entonces: $N = m (a + g) = 70$ kg . (-2 m/s^2 + 9,8 m/s^2) = 546 Newtons

El suelo soportará en este caso 546 Newtons.

c) Si la velocidad es constante, la aceleración debe ser nula. y consecuentemente:
$N = m.g = 70 \text{ kg} . 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 686$ Newtons

En ambos casos (cuando sube y cuando baja con velocidad constante) la fuerza que soporta el suelo del ascensor es igual al peso del hombre.
d) $v_{l-s} = 0$ (la velocidad relativa de la lámpara con respecto al suelo es nula ya que ambos se desplazan con igual velocidad)

Considerando positivo hacia arriba Tomando el origen de coordenadas en el techo del ascensor:

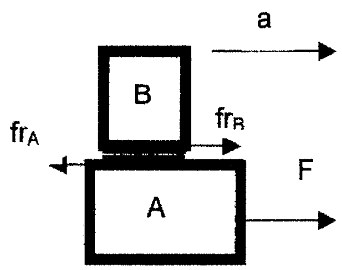
$a_{l-s} = g - a = -9{,}8 \text{ m/s}^2 - (+2 \text{ m/s}^2) = -11{,}8 \text{ m/s}^2$ (hacia abajo)

La lámpara cae 3 m hacia abajo. $x = -3$ m

$x = v_0.t + ½.a.t^2$ con $v_0 = 0$ de donde: $t = \sqrt{\frac{2.x}{a}} = \sqrt{\frac{2.(-3m)}{-11{,}8 m/s^2}} = 0{,}71 s$

El tiempo que tarda en chocar con el suelo, es de 0,71 segundos , independiente de la altura a la que se encuentra el ascensor.

Problema 12.- Sobre un cuerpo A de 10 kg se encuentra otro cuerpo de 2 kgr, siendo 0,2 el coeficiente de rozamiento entre ambos.
a) hallar la máxima fuerza que se puede hacer sobre A, de modo que los dos cuerpos se muevan juntos, con la misma aceleración.
b) Si se duplica ésta fuerza, cómo se mueven A y B?
Solución:



Cuando la fuerza F actúa sobre el cuerpo A, el cuerpo B tiende a quedar retrasado. La fuerza de roce fr_B tiende a evitar el desplazamiento de B hacia atrás y lo acelera hacia delante.

$fr_B = \mu.m_B.g = m_B . a$
de donde $a = \mu . g = 0{,}2 . 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 1{,}96 \text{ m/s}^2$

Esta es la máxima aceleración que admite el cuerpo B, aportada por el rozamiento.

La fuerza de roce que produce A sobre B, $fr_B = \mu.m_B.g = 0{,}2 . 2 \text{ kg}. 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 3{,}92$ N

y es idéntica a la fuerza de roce que produce B sobre A.

Para tener esta aceleración el cuerpo A debe ser impulsado por una fuerza F cuyo valor será.

$F - fr_A = m_A . a \Rightarrow F = m_A . a + fr_A = 10 \text{ kg} . 1{,}96 \text{ m/s}^2 + 3{,}92 \text{ N} = 23{,}52$ N

b) Cuando se supera ésta aceleración, el cuerpo B se desplaza hacia atrás respecto del cuerpo A y eventualmente cae.

Si $F^* = 2.F = 2 . 23{,}52 \text{ N} = 47{,}04$ N

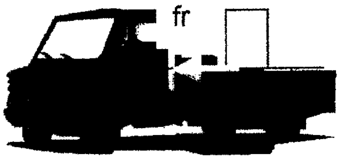
se tiene $F^* - fr = m_A . a^*$ por tanto: $a = \frac{F^* - fr_A}{m_A} = \frac{47{,}04N - 3{,}92N}{10kg} = 4{,}31 m/s^2$

El cuerpo B se mueve con la aceleración anterior $a = 1{,}96 \text{ m/s}^2$

Ambas aceleraciones medidas en sistemas inerciales.

Problema 13.- Un camión lleva en la parte trasera un cajón. El coeficiente de rozamiento estático entre el cajón y el camión es 0,2 y el dinámico 0,15. Hallar: a) el valor de la aceleración máxima con que el camionero puede maniobrar sin que el cajón deslice. b) suponiendo que el camionero acelera constantemente con la aceleración límite con la que el cajón justo empieza a desplazarse, calcular la aceleración del cajón respecto del camión

Solución:



a) Para que el cajón no deslice, la aceleración del camión no debe superar a la aceleración que le produce al cajón la fuerza de roce estático con el piso.

$F = m.a = fr = \mu . m . g$ luego $a = \mu . g = 0{,}2 . 9{,}8\ m/s^2 = 1{,}96\ m/s^2$

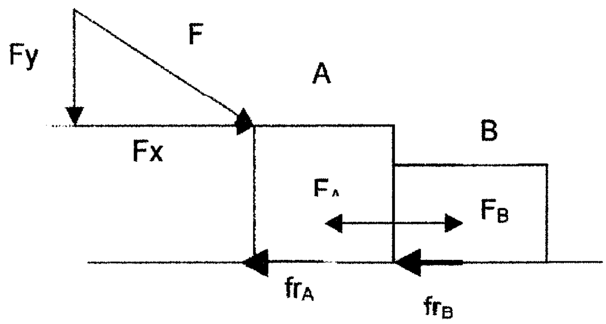
b) Si el cajón comienza a deslizar, la fuerza de roce disminuye, ya que el rozamiento pasa a ser dinámico. Entonces la aceleración del cajón es menor que la del camión.
:

$fr^* = \mu^* . m. g = m. a^*$ de donde $a^* = \mu^* . g = 0{,}15 . 9{,}8\ m/s^2 = 1{,}47\ m/s^2$

La aceleración del cajón respecto al camión será:

$a' = a^* - a = 1{,}47\ m/s^2 - 1{,}96\ m/s^2 = -0{,}49\ m/s^2$ (acelera hacia atrás con respecto al camión)

Problema 14.- Dos bloques A y B se hallan en contacto sobre un plano horizontal. Los coeficientes de rozamiento entre cada bloque y el plano son 0,1 y 0,2 respectivamente. Una fuerza constante se aplica sobre el bloque A formando un ángulo de 30° con la horizontal de modo que comprime el bloque A y arrastra ambos bloques con una aceleración de 0,3 m/s^2. Sabiendo que la masa de A es de 10 kg y la de B 5 kg. Determinar:



a) La intensidad de la fuerza aplicada.
b) el valor de la fuerza de contacto entre los bloques

Solución:

a) De acuerdo con el diagrama: $Fx - fr_A - fr_B + F_B - F_A = (m_A + m_B) . a$

pero $|F_A| = |F_B|$ (por acción y reacción)

$\therefore\ Fx - fr_A - fr_B = (m_A + m_B) . a$ (1)

donde:

$Fx = F \cos 30°$

$fr_A = \mu_A . N_A = \mu_A . (m_A.g + F.\text{sen}30°)$

$fr_B = \mu_B . N_B = \mu_B . m_B . g$

reemplazando en (1)

$F \cos 30° - \mu_A . (m_A.g + F.\text{sen}30°) - \mu_B . m_B . g = (m_A + m_B) . a$

de donde despejando F obtenemos:

$$F = \frac{(m_A + m_B).a + (\mu_B.m_B + \mu_A.m_A).g}{\cos 30° - \mu_A.\text{sen}30°} =$$

$$= \frac{(10kg + 5kg)0{,}3m/s^2 + (0{,}2.5kg. + 0{,}1.10kg.).9{,}8m/s^2}{0{,}866 - 0{,}1.0{,}5} = 29{,}53.N = 3{,}01.kgr$$

b) Considerando el bloque A.

$F \cos 30° - fr_A - F_A = m_A . a$ => $F_A = F.\cos30° - fr_A - m_A . a$

$F_A = 29{,}53$ N $.\cos30°- 0{,}1 . (10$ kg $. 9{,}8$ m/s^2 + 29,53 N .sen30°) - 10 kg. 0,3 m/s^2

$F_A = 11{,}30$ N = 1,15 kgr

Considerando el bloque B:

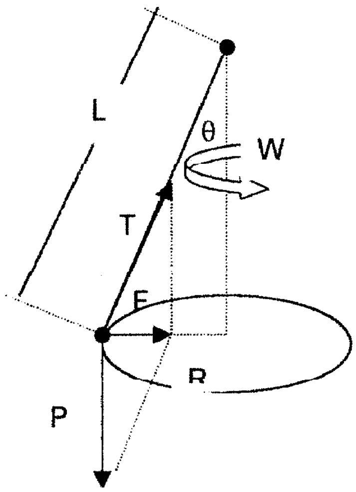
$F_B - fr_B = m_B . a$ => $F_B = m_B . a + fr_B$

$F_B = 5$ kg . 0,3 m/s^2 + 0,2 . 5 kg . 9,8 m/s^2 = 11,30 N = 1,15 kgr

Problema 15.- Una esfera de 300 gr. de peso cuelga de un hilo de peso despreciable de 2 m de largo. La esfera se hace girar, como péndulo cónico, en un plano horizontal a 30 r.p.m. Determinar:

a) La tensión del hilo durante el movimiento.
b) El ángulo que forma el hilo con la vertical.
c) La fuerza centrípeta ejercida.
d) La velocidad tangencial correspondiente.

Solución:



El diagrama de fuerzas se indica en la figura

a) Para que la esfera gire en el plano horizontal la tensión T del hilo y el peso P de la esfera deben aportar la fuerza centrípeta.

Debe ser: $\vec{F}_C = \vec{T} + \vec{P}$

de donde: $T_x = T.\text{sen}\theta = F_C$ (1) , y $T_y = P$

considerando que : $F_C = m. \omega^2 . R$, y $R = L.\text{sen}\theta$

y recordando que $\omega = 30$ r.p.m. $.2.\pi./ 60 = 3{,}14$ rad/s

de (1) se deduce que:

$$T = \frac{F_C}{\text{sen}\theta} = \frac{m.\omega^2.L.\text{sen}\theta}{\text{sen}\theta} = \frac{0{,}3\text{kgr}.(3{,}14\text{rad/s})^2.2\text{m}}{9{,}8\text{m/s}^2} = 0{,}60\text{kgr}$$

b) Para determinar el ángulo que forma el hilo con la vertical se consideran las relaciones trigonométricas. Según el gráfico:

$$\text{tg}\theta = \frac{F_C}{P} = \frac{m.\omega^2.L.\text{sen}\theta}{m.g} = \frac{\text{sen}\theta}{\cos\theta} \therefore \cos\theta = \frac{g}{\omega^2.L} = 0{,}49698 \Rightarrow \theta = 60°11'59{,}1''$$

c) El valor de la fuerza centrípeta será por lo viasto anteriormente:

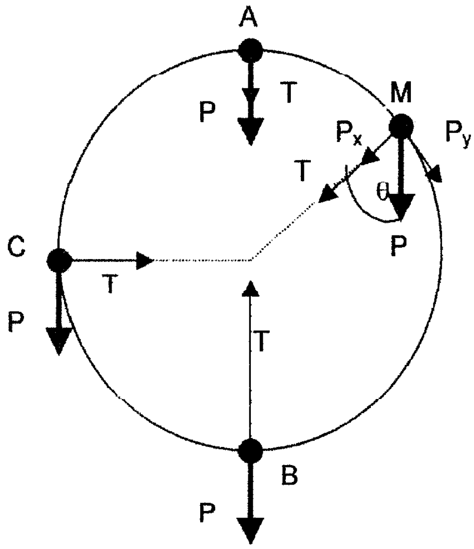
$$F_C = m.\omega^2 . L.\text{sen}\theta = \frac{P}{g}.\omega^2 . L.\text{sen}\theta = \frac{0{,}3\text{kgr}}{9{,}8\text{m/s}^2}.(3{,}14\text{rad/s})^2.2.\text{m}.\text{sen}(60°11'59{,}1'') = 0{,}52.\text{kgr}$$

d) La velocidad tangencial será:

$V_T = \omega . R = \omega . L.\text{sen}\theta = 3{,}14$ rad/s.2.m. sen(60°11´59,1") = 5,45 m/s

Problema 16.- Un bloque de 400 gramos está atado a una cuerda de 0,5 m y se hace girar en un plano vertical a 180 r.p.m. Callcular la tensión de la cuerda cuando el bloque se encuentra:

a) en el punto mas alto del círculo.
b) en el punto mas bajo.
c) Cuando la cuerda está horizontal.
d) Determinar además la velocidad tangencial y angular necesarias para que la tensión de la cuerda en el punto mas alto sea nula.
Solución:



En general, para un punto M cualquiera, θ es el ángulo que forma la dirección radial con la vertical.
Debe cumplirse que: la resultante de todas las fuerzas debe proporcionar la fuerza centrípeta necesaria para mantener girando en círculos al cuerpo.

$$F_C = \sum F_x = P_x + T = P.\cos\theta + T$$

de donde: $F_C = P.\cos\theta + T$

ó $T = F_C - P.\cos\theta$

Los datos del problema son:

m = 400 g = 0,4 kg

$P = m.g = 0,4\ kg\ .\ 9,8\ m/s^2 = 3,92\ N$

$\omega = 180$ r.p.m..2 . π / 60 = 18,85 rad / s

$F_C = m\ .\ \omega^2.\ R = 0,4\ kg\ .\ (18,85\ rad/s)^2\ .\ 0,5\ m = 71,06\ N$

Considerando la ecuación general de T y los datos del problema, se puede determinar el valor en cada caso.

a) En el punto mas alto $\theta = 0$

$$\therefore T = F_C - P.\cos 0° = F_C - P = 71{,}06.N - 3{,}92.N = 67{,}14.N = 6.85kgr$$

b) En el punto mas bajo $\theta = 180°$

$$\therefore T = F_C - P.\cos 180° = F_C - P.(-1) = F_C + P = 71{,}06.N + 3{,}92.N = 74{,}98.N$$

c) Cuando la cuerda está horizontal $\theta = 90°$

$$\therefore T = F_C - P.\cos 90° = F_C - P.0 = F_C = 71{,}06.N$$

d) Para que la tensión sea nula , en el punto mas alto A, debe ser: $F_C = P$

$$\therefore m.\omega^2.R = m.g \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{r}{R}} = \sqrt{\frac{9{,}8m/s^2}{0.5m}} = 4{,}43rad/s$$

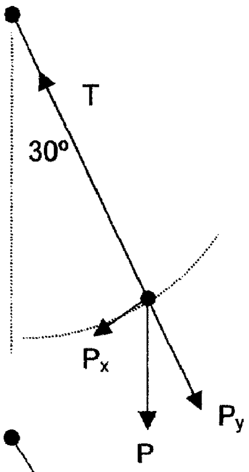
$v_t = \omega\ .\ R = 4,43\ rad/s\ .\ 0,5\ m = 2,21\ m/s$

Problema 17.- Un péndulo de 5 m de longitud describe un arco de círculo en un plano vertical. La tensión del hilo es de 2,5 veces el peso de la esfera cuando el hilo forma con la vertical un ángulo de 30°. Calcular: la velocidad y la aceleración en tal posición.
Solución:

Solución:

$F_t = P_x$ luego : $m.a_t = m.g.sen\theta$ y como $\theta = 30°$;

entonces: $a_t = g.\ sen\theta = 9{,}8\ m/s^2.\ sen\ 30° = 4{,}9\ m/s^2$ (1)



Pero:
$F_C = T - P\cos\theta = 2{,}5\ P - P.\cos30° = m.g.(2{,}5 - \cos30°) = m.\ a_C$

entonces: $a_C = g\ (2{,}5 - \cos\ 30°) = 16{,}01\ m/s^2$ (2)

Como $a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$ reemplazando valores de (1) y (2)

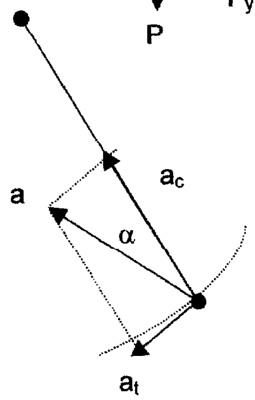
$$a = \sqrt{(16{,}01.m/s^2)^2 + (4{,}9.m/s^2} = 16{,}74.m/s^2$$

La dirección de la aceleración respecto del radio es:

$\alpha = arc.tg.(a_t / a_c) = arctg\ (4{,}9 / 16{,}01) = 17°01'01''$

La velocidad tangencial es:

$$V_t = \sqrt{R.a_c} = \sqrt{5m.16{,}01m/s^2} = 8{,}95m/s$$



Problema 18.- Un piloto de 85 kgr de peso realiza con su avión un giro completo vertical de 100 m de radio.
Calcular la velocidad del avión en el punto mas alto y en el punto mas bajo del círculo, sabiendo que en el punto mas alto el piloto experimenta una pérdida aparente de peso de 5 kgr y en el punto mas bajo su peso aparente es de 300 kgr.
Solución:

Considerando en el punto mas alto.
$P_{ap} = P - F_c$ F_C = Peso - Peso aparente = 5 kgr pero:

$$F_C = \frac{m.v_t^2}{R} = \frac{P.v_t}{g.R} \therefore v_t = \sqrt{\frac{F_C.g.R}{P}} = \sqrt{\frac{5.kgr.9{,}8.m/s^2.100.m}{85.kgr}} = 7{,}59m/s$$

Considerando el punto mas bajo:

$P_{ap} = P + F_C$ F^*_C = Peso aparente - Peso

= 300 kgr - 85 kgr = 215 kgr

$$\therefore v^*_t = \sqrt{\frac{F^*_C.g.R}{P}} =$$

$$= \sqrt{\frac{215kgr.9{,}8.m/s^2.100.m}{85kgr}} = 49{,}79.m/s$$