Universidad Nacional del Nordeste

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura

FÍSICA I

Mecánica y Termodinámica

CARRERAS:

- **Ingeniería Eléctrica**
- **Ingeniería Electrónica**

PLAN DE ACTIVIDADES

AÑO 2001

TRABAJO PRÁCTICO Nº 6

- *Lic. María Silvia Aguirre*
- *Prof. Susana J. Meza*
- *Prof. Félix A. Maciel*

FÍSICA I (Mecánica y Termodinámica)

TRABAJO PRÁCTICO Nº 6

CONTENIDOS

TEMA 8

Movimiento armónico simple. Fuerza y energía en el movimiento armónico simple. Dinámica del movimiento armónico simple. Péndulo simple. Superposición de dos movimientos armónicos. Oscilaciones amortiguadas y forzadas. Péndulo físico.

OBJETIVOS

Que el alumno logre:

- Representar gráficamente la elongación, velocidad y aceleración de un punto animado de MAS en función del tiempo.
- Relacionar la fuerza actuante con la elongación instantánea del cuerpo.
- Interpretar correctamente gráficos de energías en función de la elongación
- Obtener experimentalmente la constante elástica de un resorte
- Comprobar el campo de aplicabilidad de la ley de Hooke
- Seleccionar las variables de mayor peso en la determinación de la gravedad en el lugar utilizando un péndulo.
- Inferir el comportamiento de un cuerpo animado de MAS al variar las condiciones de contorno.
- Relacionar el comportamiento de un péndulo físico con uno ideal.
- Demostrar bajo qué condiciones el movimiento pendular se asemeja a un MAS.
- Inferir el movimiento resultante de la interferencia de dos MAS, según sus características.

BIBLIOGRAFIA

- ALONSO, M.,FINN, E. J. - FÍSICA- Editorial Addison - Wesley Iberoamericana-1995- Capítulo 10
- BALSEIRO,J.A.- MEDICIONES FÍSICAS- CÁLCULO DE ERRORES, APROXIMACIONES, MÉTODOS GRÁFICOS- Librería Hachette S.A. 1956
- CERNUSCHI,F., GRECO,F.I. - TEORÍA DE ERRORES DE MEDICIONES- EUDEBA-1974
- GALLONI, H. A.- LAS MEDICIONES, SUS ERRORES Y LA ESTADÍSTICA. Editorial Troquel S.A., Buenos Aires, 1972
- RESNICK, HALLIDAY, KRANE - FÍSICA-Volumen 1 - CECSA- 1997. Capítulo 15
- SEARS, F.W., ZEMANSKY,M.W., YOUNG,H.D., FREEDMAN,R.A. - FISICA UNIVERSITARIA- Volumen 1 – Addison Wesley Longman . México S.A-1998. Capítulo 13
- SEARS,F. W. - MECÁNICA, CALOR Y SONIDO. Capítulo 14
- TIPPENS, P.- FÍSICA. CONCEPTOS Y APLICACIONES. 5ª Edición- Mc Graw Hill. 1996- Capítulo 14
- TIPLER- Física para la ciencia y la tecnología. Volumen 1. 4ª Edición. Editorial Reverté - 1999. Capítulo 14
- YOUNG, H. D. - FUNDAMENTOS DE MECÁNICA Y CALOR. McGraw-Hill Book Company. 1966. Capítulo 10

ALGUNAS CUESTIONES PREVIAS

MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE.

Cinemáticamente se puede considerar al movimiento armónico simple como la proyección de un movimiento circular uniforme sobre un eje. Es decir que es el movimiento de un punto cuya posición es proporcional al seno o coseno de un ángulo.

$$x = A\,\mathrm{sen}(\omega.t + \theta_o)$$

donde:
x es la elongación o distancia entre la posición de equilibrio y la posición instantánea del móvil.
A es la elongación máxima (amplitud del movimiento)
$(\omega.t+\theta_o)$ es la fase instantánea
ω es la frecuencia angular o pulsación
θ_o es la fase inicial.

La frecuencia angular puede expresarse en función de la frecuencia o del período

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad (1)$$

En este movimiento la velocidad esta dada por:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[A\,\mathrm{sen}(\omega.t + \theta_o\right] = \omega.A\cos(\omega.t + \theta_o) = \omega.\sqrt{(A^2 - x^2)}$$

y la aceleración $a = \frac{dv}{dt} = d\left[\omega.A\cos(\omega.t + \theta_o\right]$, con lo que

$$a = -\omega^2 A\,\mathrm{sen}(\omega.t + \theta_o) = -\omega^2 x$$

La aceleración es proporcional al desplazamiento y de signo contrario.

FUERZA EN EL MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE.

Desde el punto de vista dinámico el MAS se puede definir como el movimiento de un punto material sobre el cual actúa una fuerza que es proporcional al apartamiento instantáneo del punto con respecto a una posición de equilibrio y que tiende a llevarlo hacia ella.

La expresión de la ley de Hooke es : $F = -kx$

Características de la fuerza:

- Es variable
- Es de sentido contrario al desplazamiento del cuerpo sobre el cual actúa
- Es proporcional a x

Se diferencia:

- Fuerza recuperadora: $F = -kx$
- Fuerza deformadora : $F = kx$

De acuerdo con la ley de Newton:

$$F = ma = -m\omega^2 x = -kx$$

donde $k = m\omega^2$ es la constante elástica y combinando con (1) resulta $T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$

que proporciona el periodo de MAS en función de la masa del punto que vibra y la constante k.

CONSTANTE ELASTICA

Si en un resorte helicoidal de alambre arrollado en espiras apretadas se fija uno de sus extremos y se carga en el otro un peso P, las tensiones aplicadas producen deformaciones por tensión y por flexión en cualquier sección del alambre.
Si las espiras son circulares y aproximadamente normales al eje del resorte, puede despreciarse el efecto de las deformaciones por flexión, pudiendo demostrarse que el alargamiento ΔS será proporcional a la carga aplicada P:

$$\Delta S = \frac{4.N.R^3}{r^4.\phi}.P$$

donde:

R : radio de las espiras
N : Número de espiras del resorte
ϕ : módulo de elasticidad por torsión del material
r : radio del alambre

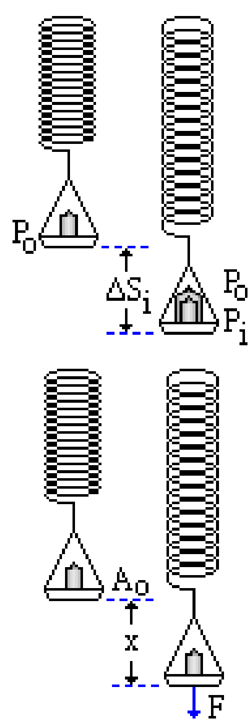
Si a todas las constantes de la expresión anterior llamamos :

$$\frac{1}{K} = \frac{4.N.R^3}{r^4.\phi} \qquad\qquad k = \frac{r^4\phi}{4NR^3}$$

Entonces resulta: $P = K.\Delta S$ ó $K = \dfrac{P}{\Delta S}$

La constante elástica del resorte K es el cociente entre la carga y el alargamiento y sus dimensiones son [M] [T^{-2}]

Se puede determinar experimentalmente la constante de un resorte empleando distintos métodos:



Método estático

Método dinámico

1. **METODO ESTATICO**:

En este método se miden los alargamientos ΔS_i bajo la acción de distintas cargas P_i.
Debido a que en el resorte descargado las espiras se encuentran en contacto, se coloca una carga inicial P_0 para separarlas, carga que no se considera en las determinaciones.
Una vez separadas las espiras, se agregan sucesivas cargas , determinando las elongaciones sufridas por el resorte sobre una escala graduada.

Idéntica operación se realiza, pero quitando cargas para medir sucesivas compresiones.

Con los valores de cargas y elongaciones correspondientes, aplicando la ley de Hooke, puede conocerse K, forma analítica.

Graficando las cargas en función de los alargamientos, con los pares de valores ΔS_i y P_i obtenidos experimentalmente, se determinaran los puntos experimentales.
La pendiente de la recta de mejor ajuste, determinado por el método de cuadrados mínimos, será la constante del resorte K, determinada gráficamente.

2. METODO DINAMICO:

En este método se coloca una masa M en el extremo libre del resorte, desplazándolo hasta una posición A_o , donde se equilibran el peso P = M.g con la tensión del resorte.
La fuerza deformadora aplicada será: F = K.x donde x es la elongación y K la constante elástica.
Al suprimir esta fuerza, actuara sobre la masa una fuerza igual y opuesta F = - K.x recuperadora, que ocasionará una aceleración

$$a = -\frac{F}{M} = -\frac{K}{M}.x$$

quedando la masa suspendida M, animada de un movimiento armónico.

La aceleración en el movimiento armónico esta dada por

$$a = -\omega^2 . x$$

Donde la frecuencia angular o pulsación $\omega = \frac{2\pi}{T}$ donde T es el periodo.

De donde $\frac{K}{M} = \omega^2 = \frac{4.\pi^2}{T}$

Con lo que

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{M}{K}} \qquad \text{ó} \qquad K = \frac{4.\pi^2}{T^2}.M$$

Estas ecuaciones son validas si puede despreciarse la masa del resorte.

En caso contrario para una masa m del resorte, se demuestra que el sistema se comporta como si la masa del movimiento fuera (M + $\frac{m}{2}$) , de manera que

$$T = 2.\pi\sqrt{\frac{\left(M + \frac{m}{2}\right)}{K}} \qquad \text{ó} \qquad K = \frac{4.\pi^2}{T^2}.\left(M + \frac{m}{2}\right) \quad (2)$$

El valor de K obtenido con el método dinámico debería coincidir con el obtenido con el método estático.

Debe tenerse en cuenta que cuando se carga el resorte gradualmente la elongación tiene una longitud x, pero si se aplica bruscamente la misma carga cuando el resorte no esta deformado, el alargamiento resulta x' = 2 x, esto es, alcanzara una elongación que resulta el doble de la que hubiera producido la aplicación gradual de la carga.

La masa m del resorte y la masa M del platillo junto con el índice se determinan por medio de una balanza.

Las oscilaciones se deben contar observando el paso del índice por un punto fijo, y en el momento en que la velocidad de la masa oscilante resulte máxima, esto es, cuando pase por la posición de equilibrio.

ENERGIA EN EL MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE

Energía cinética

La energía cinética en este tipo de movimiento es:

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \theta_o)$$

$$Ec = \frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 - x^2\right)$$

La energía máxima se verifica para $\cos(\omega.t + \theta_o) = 1$, o sea cuando la partícula pasa por su posición de equilibrio, y su valor será:

$$Ec_{\text{máx}} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}k.A^2$$

En los puntos x = ± A , la energía cinética es nula, ya que corresponden a puntos de inflexión de la trayectoria.

Energía potencial

Recordando que $F = -\frac{dEP}{dx} = -kx$ podemos escribir $dEp = kxdx$

La que integrando resulta: $Ep = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$

La energía potencial es máxima en los puntos x = ±A y resulta nula para x =0

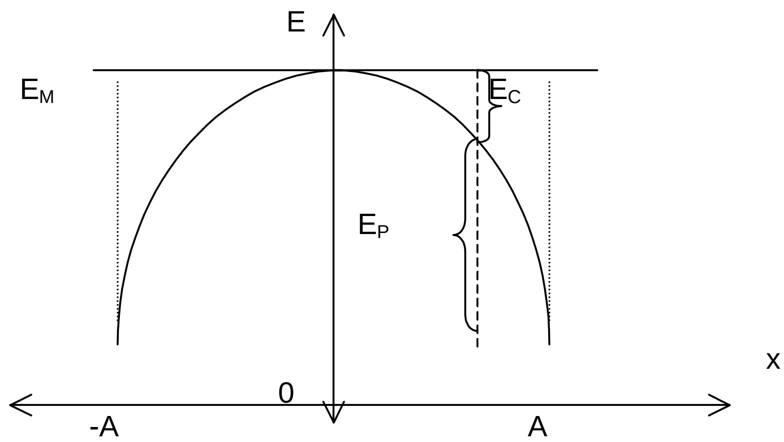
Energía mecánica

La energía mecánica en el movimiento armónico simple será la suma de la energía cinética y la energía potencial elástica

$$Em = Ec + Ep = \frac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right) + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

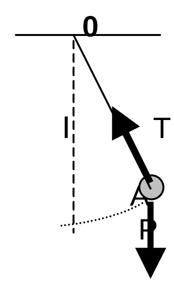
La energía mecánica total de la partícula que realiza un MAS es proporcional al cuadrado de la amplitud del movimiento.

Gráficamente se tendrá:



PÉNDULO

Péndulo simple



Las fuerzas que actúan sobre una partícula que se mueve sobre un arco de radio OA = l son:

- El peso P = mg
- La tensión T a lo largo de la cuerda

La componente normal a la trayectoria $F = -mg\cos\theta$ que equilibra a la tensión T

La componente tangencial $F = -mgsen\theta$ que es la responsable del movimiento.
El signo negativo significa que esta fuerza se opone al movimiento.

Como la partícula se mueve sobre una trayectoria circular de radio l, la fuerza tangencial se puede escribir como

$F_t = ml\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgsen\theta$ que puede escribirse como $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}sen\theta = 0$ (3)

esta ecuación que es la ecuación diferencial que corresponde al movimiento del péndulo simple, difiere de la del MAS que es

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (4)$$

por la expresión del $sen\theta$, pero si θ es pequeño, $sen\theta \cong \theta$, la expresión (3) resulta:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

que tiene la misma forma que la ecuación (4), es decir que para ángulos pequeños (amplitud de oscilación pequeña), el movimiento pendular es un MAS.

El período es el tiempo que tarda el péndulo entre dos pasajes sucesivos por el mismo punto y en el mismo sentido.
De la comparación de (3) y (4), se desprende que:

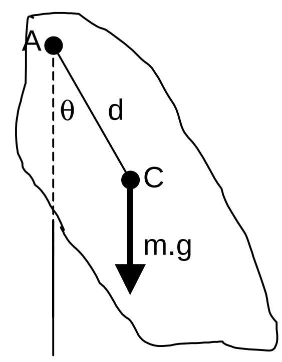
$$\omega^2 = \frac{g}{l} \quad \text{con lo que resulta} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

De esta última es evidente que el período del péndulo es independiente de la masa del mismo y es una constante del movimiento, de ahí que se afirma que las oscilaciones del péndulo son isócronas, es decir que tardan el mismo tiempo.
Dos péndulos de igual longitud efectiva son sincrónicos porque tienen igual periodo.

Péndulo físico o compuesto.

Es cualquier cuerpo rígido que puede oscilar libremente alrededor de un eje horizontal bajo la acción de la gravedad.

En el cuerpo de la figura el eje horizontal que pasa por el punto A se denomina centro de suspensión. C es el centro de gravedad del cuerpo. Cuando el cuerpo es apartado de su posición de equilibrio, la línea CA forma un ángulo θ con la vertical.
El momento actuante sobre el cuerpo en esa posición es:



$$M = -m.g.d.\text{sen}\,\theta \qquad (5)$$

donde :
- d es la distancia del centro de gravedad al centro de suspensión,
- m la masa del péndulo
- g es la aceleración de la gravedad

Si I_A es el momento de inercia del cuerpo respecto al eje que pasa por el punto de suspensión A, y que por el teorema de Steiner resulta:

$$I_A = I_C + m.d^2$$

donde I_C es el momento de inercia respecto al punto al centro de gravedad C del cuerpo

Por otra parte,

$$M = I_A.\alpha_A = I_A\frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (6)$$

combinando (4) y (5), y suponiendo θ pequeño, tal que

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{m.g.d}{I_A}.\theta = 0 \qquad \text{que es la ecuación del péndulo físico.}$$

Donde $$\frac{m.g.d}{I_A} = \frac{m.g.d}{I_C + m.d^2} = \omega^2$$

Si el cuerpo es una esfera(como en el péndulo de Borda), el momento de inercia baricéntrico, es decir respecto a un eje que pasa por el centro de gravedad de la esfera es:

$$I_C = \frac{2}{5}.mR^2$$

donde R es el radio de la esfera.

Con esto, el periodo del péndulo físico resulta ser igual a

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{I_A}{m.g.d}}$$

Ecuación que, si se conoce el periodo del péndulo, permite calcular la aceleración de la gravedad en el lugar.

ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1

Un movimiento unidimensional viene definido por la ecuación:

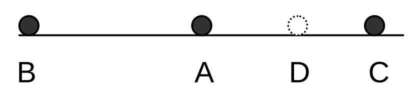
$x(t) = 5\cos \pi t$ expresado en cm

a) ¿Podrá ser un MAS? Fundamente su respuesta.
b) Explique el significado físico de cada uno de los términos involucrados en la expresión.

ACTIVIDAD 2

Una masa m, realiza un MAS con centro en A, y posiciones extremas B y C, como indica la figura. El punto D indica una posición intermedia de la masa en su movimiento hacia el punto B.

a) Realice un análisis de la fuerza, la velocidad y la aceleración que anima a la masa;
b) Marque los vectores antes citados en las posiciones indicadas como A, B, C y D;
c) Trace la gráfica de la E_M, Ec y Ep en función de la elongación



ACTIVIDAD 3

Una partícula inicia un MAS en el extremo de su trayectoria y tarda 0,1 seg en ir al centro de la misma. SI la distancia entre ambas posiciones es 20 cm ¿Dónde se encuentra la partícula 1 seg después de iniciado su movimiento?

ACTIVIDAD 4

Una masa de 0,5 kg está unida a un resorte y realiza un MAS de período 0,4 seg. Si la energía total del sistema es 4 Joul, determinar:

a) la constante del resorte,
b) la amplitud del movimiento.

ACTIVIDAD 5

Determine experimentalmente la constante elástica K del resorte que se le suministrará en forma experimental, por medio de los siguientes métodos:

a) Método estático:

1. Fije uno de los extremos del resorte al soporte. En el otro extremo coloque el platillo para colocar las pesas, el índice y la escala graduada. En el platillo se coloca una carga inicial para obtener la separación de las espiras del resorte, con lo cual, el índice señalará una lectura inicial sobre la escala.
2. Agregue cargas iguales en el platillo, registrando las elongaciones hasta completar una serie de 10 lecturas.
3. Repita la operación descargando cargas iguales.
4. Realice tres series cargando y tres series descargando.
5. Confeccione un cuadro de valores y hallar los correspondientes estados de carga.
6. Grafique cargas en función de elongaciones (cargas en ordenas y elongaciones en abscisas)
7. Halle el valor de la pendiente de la recta por el método gráfico y el método de cuadrados mínimos.
8. Marque en el gráfico el error experimental de cada punto.
9. Exprese el valor de la constante de elasticidad K del resorte en gr/cm

b) Método dinámico:

1. Determine la masa m del resorte y la masa M del platillo con el índice, utilizando una balanza.

2. Coloque el resorte en el soporte, colocando una carga conocida en el platillo y hágalo oscilar.
3. Registre el valor de la amplitud del movimiento resultante.
4. Determine el periodo T de cada oscilación. Para ello tome el tiempo de 50 oscilaciones y calcule por medio de T = $\frac{t}{50}$.
   Justifique el procedimiento empleado.
5. Repita el procedimiento tomando cinco determinaciones con distintas cargas, cuidando que las amplitudes de las oscilaciones sean pequeñas.
6. Calcular la constante de elasticidad K para cada valor de carga, utilizando la expresión (2)
7. Exprese el valor de K en el sistema c.g.s. y luego expresarlo en gr/cm.
8. Calcular el $\overline{K}$, el valor de σ y el valor ξ , explicando el significado físico de estos valores.
9. Realice el cálculo de errores correspondiente.

c) Compare los resultados de K hallados por ambos métodos.
d) Con los datos obtenidos en el apartado b) Calcule la velocidad y la aceleración máxima que actúan sobre la masa y su frecuencia de oscilación.

ACTIVIDAD 6

a) Se tienen dos péndulos de igual longitud, uno oscila con el triple de amplitud que el otro, ¿Cuál oscila más rápido? ¿Cuánto más?
b) Dos péndulos oscilan con la misma amplitud, pero uno de ellos tiene doble longitud que el otro, ¿cuál oscila más rápido? ¿Cuánto más?

ACTIVIDAD 7

Un péndulo simple de 2,4 m de longitud oscila con una amplitud de 30 cm. Determine:

a) período y frecuencia del movimiento del péndulo,
b) velocidad en el punto más bajo,
c) aceleración en los extremos de la trayectoria,
d) energía potencial, cinética y mecánica para una posición que sea igual a la mitad de la amplitud.

ACTIVIDAD 8

Un resorte horizontal tiene uno de sus extremos fijo y en el otro adosada una masa de 3 kg que oscila alrededor de la posición de equilibrio con una máxima elongación de 5 cm.
Se sabe que es necesario aplicar una fuerza de 5 N para que el resorte se estire 10 cm. Calcule:

a) la frecuencia de vibración del resorte,
b) la fuerza máxima que actúa sobre la masa
c) las energía cinética, potencial y mecánica para x=0, x=4 cm y x= 5 cm.

ACTIVIDAD 9

En una afeitadora eléctrica, la hoja se mueve de un lado a otro sobre una distancia de 2.00 mm. El movimiento es armónico simple, con una frecuencia de 120 Hz. Halle :

a) la amplitud del movimiento
b) la velocidad máxima de la hoja
c) la aceleración máxima de la hoja.

ACTIVIDAD 10

Un bloque esta sobre una superficie horizontal (una mesa vibratoria) que se mueve horizontalmente con M. A.S. de 2,35 Hz de frecuencia. El coeficiente de fricción estático entre el bloque y el plano es de 0.630. ¿A qué amplitud puede llegar sin que el bloque resbale a lo largo de la superficie?

ACTIVIDAD 11

Un bloque 1 de masa 2 kg que se desplaza hacia la derecha sobre una superficie horizontal lisa con velocidad de 2 m/seg choca con otro bloque 2 que posee una velocidad v_2 y masa 1 kg. Luego del choque ambos siguen juntos hacia la derecha hasta impactar en el extremo de un resorte horizontal fijo por el otro extremo. La constante del resorte es 14 gr/cm y se comprime debido al impacto 0,5 cm. Calcule la velocidad inicial del bloque 2.

TOP

VOLVER