

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES Y AGRIMENSURA**

**ASIGNATURA : CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II**

**Carreras para las que se dicta la materia : Ingeniería Electrica - Licenciatura en Física - Profesorado en Física.**

**TEORÍA : Prof. SERGIO N. CANGIANI**  
**PRACTICO : Prof. MARITA BARRIOS DE MOHANDO**  
**Prof. ARMANDO ZABERT**

**Régimen : Segundo Cuatrimestre**

Horas de clases teóricas : Total cuatrimestre 60 hs. - semanales 4 hs.

Horas de clases practicas: Total cuatrimestre 60 hs. - semanales 4 hs.

**TEMA 1**

Espacios : Espacios de  $n$  dimensiones. Espacio afín. Espacios métricos. Espacio Euclidiano.

Entornos, entornos reducidos. Clasificación de puntos : aislados, de acumulación, interiores, exteriores, frontera. Contorno y frontera.

Curvas y superficies : Métodos de definición de curvas y superficies, familias de curvas y superficies.

Funciones : El concepto de función, dominio y rango de una función, funciones de dos y de  $n$  variables independientes. Representación gráfica. Escala funcional. Curvas de nivel. Superficie de nivel.

**TEMA 2**

LIMITES: Límites de funciones de dos variables independientes. Límite doble y límites iterados. Relación entre los mismos. Generalización para funciones de  $n$  variables.

CONTINUIDAD : Continuidad de funciones de dos variables independientes. Continuidad de funciones de  $n$  variables independientes. Continuidad uniforme.

INFINITESIMOS : Comparación de funciones. Infinitesimos. Comparación de infinitesimos. Infinitesimos de comparación

**TEMA 3**

DERIVABILIDAD Derivada de una función de dos variables independientes. Interpretación geométrica de las derivadas parciales. Derivadas parciales de funciones de  $n$  variables independientes. Relación entre la derivabilidad y la continuidad. Derivadas parciales de orden superior. Teorema de Schwartz.

DIFERENCIABILIDAD Diferenciabilidad de funciones de dos variables independientes. Diferencial total. Diferenciales parciales. Diferencial de una función de  $n$  variables independientes. Relación entre la diferenciabilidad, la derivabilidad y la continuidad. Diferenciales de orden superior. El operador diferenciación y su potencia simbólica. Derivada direccional. Interpretación geométrica de la diferencial total. Plano tangente.

#### **TEMA 4**

**FUNCIONES COMPUESTAS** Funciones compuestas de dos variables independientes y de  $n$  variables independientes. Derivabilidad de las funciones compuestas. Diferenciabilidad de las funciones compuestas. Derivadas de orden superior de funciones compuestas. Diferenciales de orden superior de funciones compuestas.

#### **TEMA 5**

**TEOREMA DEL VALOR MEDIO** Teorema del valor medio para funciones de dos variables independientes y para funciones de  $n$  variables independientes.

**FORMULAS DE MAC LAURIN Y TAYLOR** Fórmulas de Mac Laurin y Taylor para funciones de una variable independiente. Expresión de Lagrange del término complementario. Fórmulas de Taylor y Mac Laurin para funciones de dos y  $n$  variables independientes. Expresión del término complementario.

#### **TEMA 6**

**FUNCIONES IMPLICITAS** Funciones implícitas de una variable independiente. Discusión geométrica de su existencia. Teorema de existencia, unicidad, continuidad, derivabilidad y diferenciabilidad de funciones implícitas de una y  $n$  variables independientes. Derivadas y diferenciales sucesivas de una función implícita.

**SISTEMA DE FUNCIONES IMPLICITAS** Jacobiano. Sistema de dos funciones implícitas. Teorema de existencia, unicidad, continuidad y derivabilidad. Sistema de  $n$  funciones implícitas. Teorema de existencia, unicidad, continuidad y derivabilidad.

**FUNCIONES INVERSAS** Inversión de una transformación. Transformación de coordenadas en el plano y en el espacio. Generalización. Jacobiano de un producto de transformaciones. Jacobiano de la transformación inversa.

#### **TEMA 7**

**FORMAS CUADRÁTICAS** Forma cuadrática sobre el  $R_n$ , formas cuadráticas definidas, semidefinidas e indefinidas. Teoremas relativos.

**EXTREMOS LIBRES Y LIGADOS** Extremos libres de funciones de dos variables independientes. Condiciones necesarias de existencia. Puntos estacionarios. Condiciones suficientes. Extremos libres de funciones de  $n$  variables. Condiciones necesarias y condiciones suficientes de existencia. Caso en que se anulan las derivadas hasta cierto orden. Extremos ligados. Métodos de los multiplicadores de Lagrange.

#### **TEMA 8**

**INTEGRALES MÚLTIPLES** Integral doble. Región de integración. Norma Definición de integral doble. Propiedades de la integral doble. Cálculo de integrales dobles. Integrales iteradas. La integral triple. Cálculo de integrales triples. Generalización. Cambio de variables en las integrales múltiples.

**OPERADORES VECTORIALES** Definición analítica de vector. Campos escalares. Gradiente de una función. Propiedades geométricas. Superficie de nivel y líneas de

gradiente. Campos vectoriales. Divergencia de un vector. Interpretación física. El rotor. Líneas de rotor. El operador "Nabla". El Laplaciano de un vector. Funciones armónicas.  
DERIVACION DE VECTORES. Derivadas direccionales. Derivada total y parcial de un escalar o un vector respecto del tiempo.

### **TEMA 9**

INTEGRALES CURVILINEAS, DE SUPERFICIE Y DE VOLUMEN Definición de integral curvilínea . Camino de integración. Interpretación gráfica. Extensión a funciones de tres variables. Circulación. Campos conservativos. Integrales de superficie y de volumen.  
FORMULAS INTEGRALES Lema de Green. Teorema de la divergencia. Formula de Gauss-Ostrogradsky. Formula de Green. Teorema del rotor. Teorema de Stokes

### **TEMA 10**

ECUACIONES DIFERENCIALES Definición Origen de las ecuaciones diferenciales. Orden y grado de una ecuación diferencial. Soluciones de las ecuaciones diferenciales. Solución general. particular y singular. Significado geométrico de las ecuaciones ordinarias de primer orden. Ecuaciones diferenciales de variables separables. Ecuaciones diferenciales homogéneas. Ecuaciones diferenciales lineales. Sustitución de Lagrange. Ecuaciones diferenciales exactas. Condición de simetría. Solución general. Factor integrante. Trayectorias ortogonales.

## **BIBLIOGRAFIA**

### **TEXTOS GENERALES**

**CALCULUS - T. APOSTOL - REVERTE**

**CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL - N. PISKUNOV - EDITORIAL MIR - MOSCU  
MATEMATICAS UNIVERSITARIAS - J.BRITTON-R.BON KRIEGH y RUTLAND-  
CECSA**

**ANALISIS MATEMATICO - REY PASTOR-PI CALLEJA y TREJO - KAPELUSZ**

**CALCULO AVANZADO - KAPLAN - CECSA**

**CALCULO AVANZADO - LOUIS BRAND - CECSA**

**CALCULO SUPERIOR - C. BUCK - Mc GRAW HILL**

**ANALISIS MATEMATICO - PROTTER MORREY - FONDO EDUCATIVO  
INTERAMERICANO**

**CALCULO SUPERIOR - SPIEGEL - Mc. GRAW HILL**

**DIFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS - R COURANT - BLACKIS**

### **TEXTOS ESPECIALIZADOS**

**ANALISIS VECTORIAL - TREJO - KAPELUSZ**

**VECTORES Y TENSORES - L SANTALO - EUDEBA**

**ANALISIS VECTORIAL - M. SPIEGEL - Mc GRAW HILL**

**ANALISIS VECTORIAL - L. BRAND - CECSA**

**ANALISIS VECTORIAL Y TENSORIAL - HARRY LASS - CECSA**

**MATEMATICAS SUPERIORES PARA INGENIERIA - C.WYLIE - Mc. GRAW HILL**

**ECUACIONES DIFERENCIALES - F. AYRES - Mc. GRAW HILL**

**ECUACIONES DIFERENCIALES - KELLS - Mc. GRAW HILL**

**CALCULO VECTORIAL – JERROLD E. MARSDEN - ANTHONY J. TROMBA –  
PEARSON – CUARTA EDICION**  
**ANALISIS CLASICO ELEMENTAL - JERROLD E. MARSDEN – M.J. HOFFMAN -  
ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA – SEGUNDA EDICION**  
**CALCULO Y GEOMETRIA ANALITICA – LAARSON – HOSTETLER - Mc. GRAW  
HILL – TERCERA EDICION**  
**CALCULO VARIAS VARIABLES - THOMAS / FINNEY - PEARSON – 9º EDICIÓN**

**[Dirección en Internet](#)**

**<http://exa.exa.unne.edu.ar/investigacion/math/anamat1/index1.htm>**