

# Arreglos Planos: La Cruz de Mills

J. L. Ramos Quirarte, M. J. Martínez Silva, y M. S. Ruiz Palacios

Departamento de Electrónica, CUCEI  
Universidad de Guadalajara

Av. Revolución 1500, Puerta 10, Módulo O, S. R., C.P. 44840, Guadalajara, Jalisco  
Tel. (1) 36-19-84-71 Fax (1) 36-19-84-71 e-mail [jramos@cucei.udg.mx](mailto:jramos@cucei.udg.mx)

## Resumen.

En este documento se presentan algunos resultados obtenidos para el diseño de arreglos planos de antenas, se maneja el modelo general para arreglos rectangulares y se especializa al caso de arreglos uniformes. Se desarrolló un script en matlab para el análisis de este tipo de arreglos, el cual ha sido probado exitosamente.

Un tipo de arreglos planos muy útil particularmente en radioastronomía, es el arreglo conocido como Cruz de Mills, Se hace una descripción detallada del proceso de diseño y se muestran resultados de la síntesis de un arreglo que obedece a una distribución tipo Taylor (un parámetro). Para poder realizar esta síntesis, se estructuró un script en matlab que usa los datos de excitación de arreglos lineales y que incorpora los efectos del terreno como parte integral del arreglo.

## I. Introducción

Los arreglos de antenas (conjuntos de antenas simples, generalmente iguales, acomodadas en una disposición física determinada y excitadas adecuadamente) constituyen una alternativa para generar un patrón de radiación de características deseadas, tales como dirección del lóbulo mayor, ancho de haz, ubicación de nullos, entre otros.

Los arreglos se clasifican en función de la ubicación de sus elementos y de las características de las señales de excitación. Los arreglos planos son aquellos en los que los elementos del arreglo se encuentran ubicados sobre un plano, existen varias configuraciones que pueden ser obtenidas; por ejemplo, arreglos rectangulares, circulares, o en cruz. Los arreglos planos son mucho más versátiles que los arreglos lineales [1-6], ya que poseen mayor número de parámetros de control, permitiendo la obtención de patrones más simétricos con lóbulos laterales más pequeños y facilitando el desplazamiento del haz principal hacia cualquier punto del espacio. Estas características convierten a

los arreglos planos en antenas ideales para aplicaciones tales como radar, antenas inteligentes aplicadas a sistemas modernos de comunicaciones, radioastronomía, telemetría, etc.

Un arreglo plano puede estructurarse considerando un arreglo lineal de  $M$  elementos colocados, por ejemplo, a lo largo del eje  $x$ , y posteriormente repetir  $N$  de tales arreglos a lo largo de la dirección  $y$  como se muestra en la Fig. 1. De esta forma cada elemento en el arreglo original en la dirección  $x$  estará espaciado por una distancia  $d_x$  y una fase progresiva  $b_x$  mientras que en la dirección  $y$  cada arreglo o elemento tendrá una separación  $d_y$  y una fase progresiva  $b_y$ . En esta forma quedaría un arreglo de tipo rectangular. El factor de arreglo para este arreglo plano puede expresarse como [1]

$$AF = \sum_{n=1}^N I_{1n} \left[ \sum_{m=1}^M I_{m1} e^{j(m-1)(kd_x \cos \theta + b_x)} \right] \cdot e^{j(n-1)(kd_y \cos \theta + b_y)} \quad (1)$$

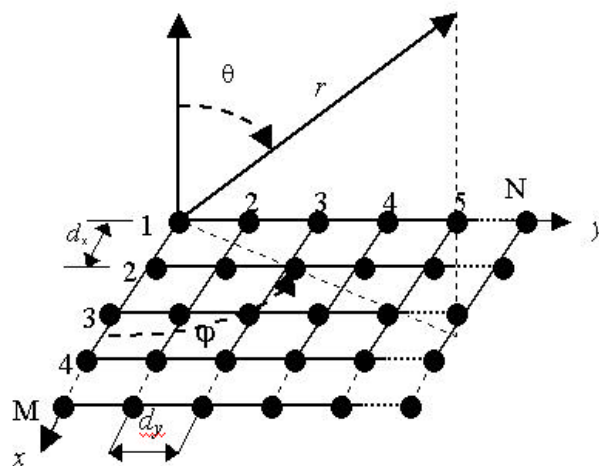


Figura 1. Disposición física de un arreglo plano rectangular de antenas

De la Ec. 1 se observa que el factor de arreglo rectangular es el producto de los factores de arreglo de los arreglos en las direcciones  $x$  y  $y$ .

Tomando los coeficientes de excitación en amplitud de los elementos del arreglo en la dirección  $y$  proporcionales a la amplitud de los elementos en  $x$ , la amplitud del elemento  $(m,n)$ -ésimo puede escribirse como

$$I_{mn} = I_{m1} I_{1n} \quad (2)$$

Para el caso de un arreglo uniforme ( $I_{mn} = I_0$ ) el factor de arreglo normalizado puede expresarse como

$$AF_n(\mathbf{q}, \mathbf{j}) = \left[ \frac{1}{M} \frac{\text{sen}\left(\frac{M}{2} \mathbf{y}_x\right)}{\text{sen}\left(\frac{\mathbf{y}_x}{2}\right)} \right] \left[ \frac{1}{N} \frac{\text{sen}\left(\frac{M}{2} \mathbf{y}_y\right)}{\text{sen}\left(\frac{\mathbf{y}_y}{2}\right)} \right] \quad (3)$$

donde

$$\mathbf{y}_x = kd_x \text{sen} \mathbf{q} \cos \mathbf{j} + \mathbf{b}_x \quad (4)$$

$$\mathbf{y}_y = kd_y \text{sen} \mathbf{q} \text{sen} \mathbf{j} + \mathbf{b}_y \quad (5)$$

En la Fig. 2 se muestra el factor de arreglo para un arreglo rectangular de amplitud uniforme y fase cero, con 5 elementos en  $x$  y 5 elementos en  $y$ .

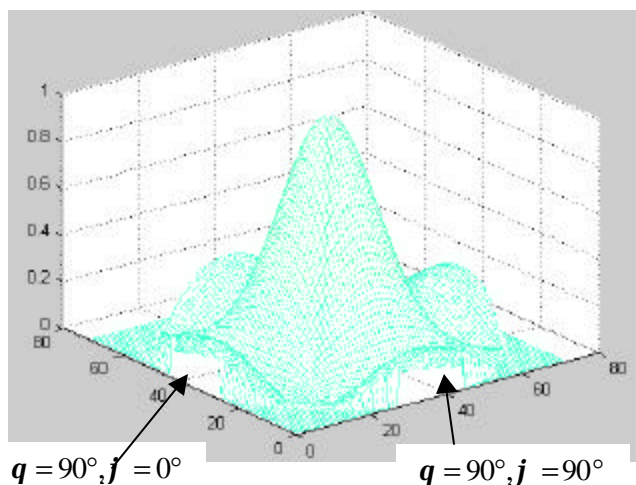


Figura 2. Factor de arreglo tridimensional de un arreglo de antenas rectangular con  $M=N=5$ ,  $d_x = d_y = l/4$ , y  $\mathbf{b}_x = \mathbf{b}_y = 0$

El arreglo que produce el factor de arreglo mostrado en la Fig. 2 es uno de los casos mas simples debido a que la amplitud de excitación es uniforme y la fase de excitación en cada elemento es igual. Sin embargo, estos parámetros e inclusive la separación entre elementos pueden ser establecidas siguiendo distribuciones específicas (binomial, Tchebysheff, triangular, senoidal, etc.) que lleven al factor de arreglo deseado.

El número total de elementos en un arreglo rectangular es igual al producto del número de elementos en cada eje, por lo que un arreglo grande tendrá la complejidad tanto de diseño como de construcción, ya que el tamaño y el costo de las redes alimentadoras que controlan la amplitud y fase de excitación en cada elemento es muy grande. En este trabajo se presenta el análisis de uno de los arreglos planos mas simples, conocido como la cruz de Mills.

## II. Cruz de Mills

La radioastronomía estudia las fuentes de radiación del espacio que emiten señales en las bandas de radio. La radiación electromagnética para la mayoría de las longitudes de onda es absorbida por la atmósfera terrestre. Sin embargo, existen dos bandas casi transparentes; la "ventana óptica" ( $0.3 \text{mm} \leq \lambda \leq 1 \text{mm}$ ) y la "ventana de radio" ( $1 \text{mm} \leq \lambda \leq 15 \text{m}$ ). La radiación de fondo es mucho más intensa en la ventana de radio que en la región óptica. A frecuencias bajas de la ventana de radio, la radiación de fondo total es de  $10^4$  veces la del sol; mientras que para frecuencias mayores ambas radiaciones son importantes pues el flujo procedente del sol en calma a 100 MHz es de  $4 \times 10^{-22} \text{ W/m}^2/\text{Hz}$  mientras que Casiopea A emite  $2 \times 10^{-22} \text{ W/m}^2/\text{Hz}$  [7,8].

Un radiotelescopio se usa para recibir y medir el ruido de radiación cósmica y consiste de una antena o un arreglo de antenas, un receptor y la línea de transmisión que los interconecta. Las antenas parabólicas son las más utilizadas por su alta directividad. Sin embargo, a frecuencias bajas es más recomendable el uso de arreglos de antenas de alambre, tales como dipolos.

Es común en radioastronomía mantener estático el lóbulo principal del sistema de antenas, y utilizar el movimiento de rotación de la tierra para producir un barrido este-oeste del cielo. Algunos sistemas añaden algún mecanismo para realizar un barrido

norte-sur. Una característica común de estas antenas, es el requerimiento de anchos de haz principal muy angostos del orden de 5° en cada plano principal.

Para obtener patrones de radiación con lóbulo muy angosto, la elección de arreglos planos es una buena opción. Otra alternativa más simple y económica es la elección de la Cruz de Mills.

La Cruz de Mills consiste de dos arreglos lineales horizontales, colocados perpendicularmente y ubicados simétricamente respecto del punto central. Cuando los elementos elegidos son dipolos orientados este-oeste, se obtiene el arreglo presentado en la figura 3.

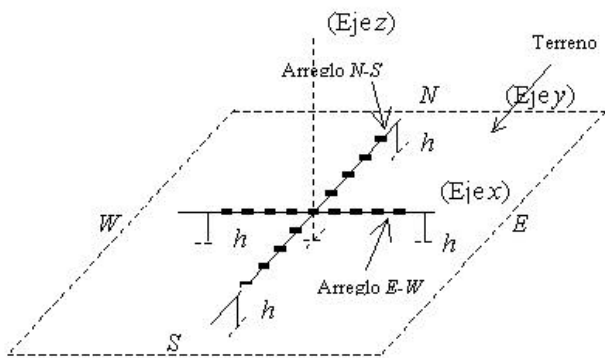


Figura 3.- Cruz de Mills con dipolos en la dirección este-oeste sobre un terreno conductor.

El campo total producido por los arreglos presentados en la Fig. 3 es igual a la suma de los campos individuales de cada arreglo, es decir

$$E_T = E_{NS} + E_{EW} \quad (6)$$

donde

$$E_{NS} = E_{e1} AF_{NS} \quad (7)$$

$$E_{EW} = E_{e2} AF_{EW} \quad (8)$$

donde  $E_{e1}$  y  $E_{e2}$  son los campos producidos por los elementos utilizados en cada arreglo. En el caso de utilizar un mismo tipo de elementos  $E_{e1} = E_{e2} = E_e$ , entonces el campo total será

$$E_T = E_e (AF_{NS} + AF_{EW}) \quad (9)$$

La configuración global involucra la proximidad del terreno por lo que su efecto se incorpora considerando cada elemento como un arreglo de dos elementos (fuente virtual). Así el campo total será:

$$E_T = E_d AF_t (AF_{NS} + AF_{EW}) \quad (10)$$

donde  $E_d$  es el campo producido por cada dipolo horizontal y  $AF_t$  es el factor de arreglo debido al efecto del terreno, éste puede calcularse como [1]:

$$AF_t = ja_1 \text{sen}(kh \cos q + b_1) \quad (11)$$

Los parámetros de diseño en el arreglo de la Fig. 3 son: La longitud del dipolo, la altura del arreglo respecto al terreno, las distancias entre los elementos y la excitación de los mismos. Para esta aplicación se pretende un haz principal angosto dirigido hacia el zenith

### III. Síntesis de la Cruz de Mills.

Con el objeto de tener una radiación tipo lápiz en la dirección del zenith, se plantean los siguientes requerimientos para cada factor de la Ec. 10; estos son:

a) Factores de arreglo este-oeste y norte-sur ( $AF_{EW}$  y  $AF_{NS}$ ). Deben poseer una característica de radiación tipo broadside, de manera que su intercepción produzca una concentración de campo en la dirección del zenith. El ancho del haz debe ser lo suficientemente pequeño de manera que el ancho del haz total sea menor o igual a 6°.

b) Factor de arreglo debido al efecto de la tierra ( $AF_t$ ). La variable de diseño en este caso es la altura del arreglo respecto al terreno. Se debe seleccionar una altura tal que la concentración del haz hacia el zenith sea lo mas angosto posible.

c) Campo eléctrico producido por el dipolo ( $E_d$ ). En este caso el parámetro de diseño es la longitud del dipolo, se debe seleccionar esta longitud para que se produzca una característica broadside, lo más angosta posible.

Utilizando un paquete de software desarrollado para el análisis y la síntesis de patrones de radiación producido por arreglos lineales de antenas [5,6], se encontró que el método de síntesis de Taylor (un parámetro) proporciona una característica de radiación como la requerida. El factor de arreglo sintetizado con este método se muestra en la Fig. 4,

y las amplitudes de excitación para los elementos se presentan en la tabla 1.

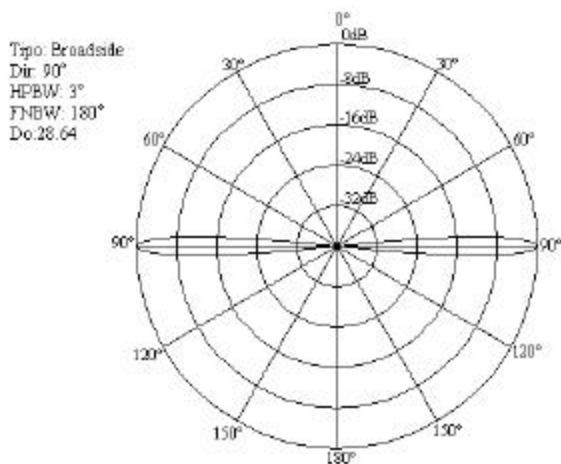


Figura 4.- Factor de arreglo sintetizado por el método de Taylor (un parámetro) con  $N=39$ ,  $d = 0.5l$  y  $R0\_dB=40$ .

Tabla1.- amplitudes de excitación para el arreglo de antenas sintetizado.

n	$d_n(l)$	$a_n$	n	$d_n(l)$	$a_n$
0	0	1	-	-	-
1	.5	0.994	-1	-0.5	0.994
2	1	0.976	-2	-1	0.976
3	1.5	0.948	-3	-1.5	0.948
4	2	0.909	-4	-2	0.909
5	2.5	0.862	-5	-2.5	0.862
6	3	0.806	-6	-3	0.806
7	3.5	0.744	-7	-3.5	0.744
8	4	0.677	-8	-4	0.677
9	4.5	0.607	-9	-4.5	0.607
10	5	0.535	-10	-5	0.535
11	5.5	0.464	-11	-5.5	0.464
12	6	0.394	-12	-6	0.394
13	6.5	0.327	-13	-6.5	0.327
14	7	0.265	-14	-7	0.265
15	7.5	0.208	-15	-7.5	0.208
16	8	0.157	-16	-8	0.157
17	8.5	0.113	-17	-8.5	0.113
18	9	0.076	-18	-9	0.076
19	9.5	0.045	-19	-9.5	0.045

El número de elementos elegido para obtener el factor de arreglo anterior fue de 39, la separación entre dipolos de  $0.5l$  de manera que la longitud total del arreglo fue de  $19l$ . Se utilizó una relación de lóbulos de 40dB para realizar la síntesis. El ancho

de haz obtenido para este factor es de  $3^\circ$  aproximadamente.

Los factores de arreglo tridimensionales paramétricos para cada arreglo se muestran en las Figs. 5 y 6.

Se observa que la amplitud máxima se presenta a lo largo de  $\phi = 0^\circ$  y  $\phi = 90^\circ$ . Los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$  corresponden a los ejes este-oeste, norte-sur y zenith, respectivamente.

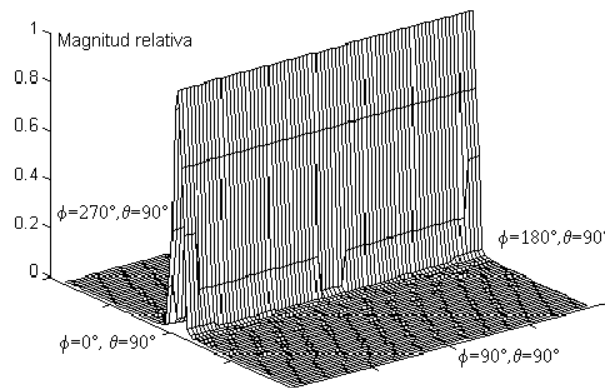


Figura 5.- Factor de arreglo tridimensional paramétrico para el arreglo este-oeste.

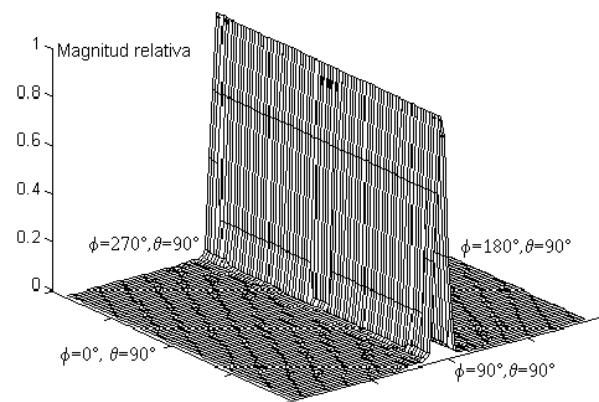


Figura 6.- Factor de arreglo tridimensional paramétrico para el arreglo norte-sur.

Considerando una altura de  $0.25l$  del arreglo respecto al terreno, el factor de arreglo correspondiente incorporando el reflejo del terreno, se calcula con la Ec. (11) y se muestra en la Fig. 7.

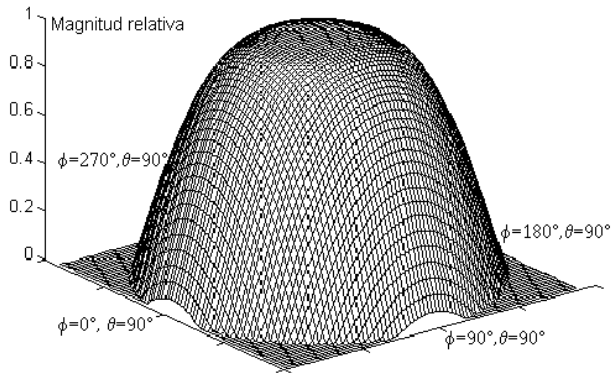


Figura 7.- Factor de arreglo correspondiente al efecto del terreno.

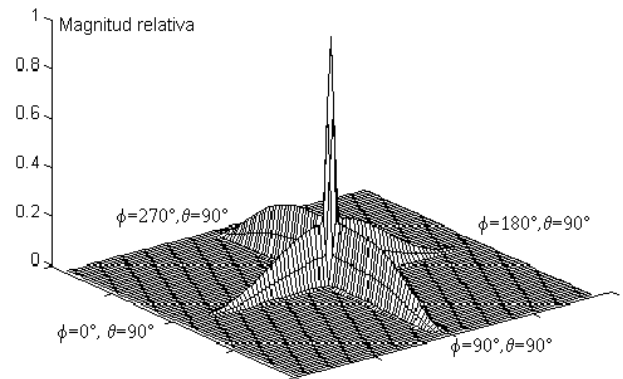


Figura 9.- Patrón de radiación total del arreglo Cruz de Mills de 39 dipolos horizontales.

Por otra parte eligiendo la longitud del dipolo horizontal de  $0.48\lambda$ , el patrón tridimensional paramétrico correspondiente a la intensidad de radiación se muestra en la Fig. 8.

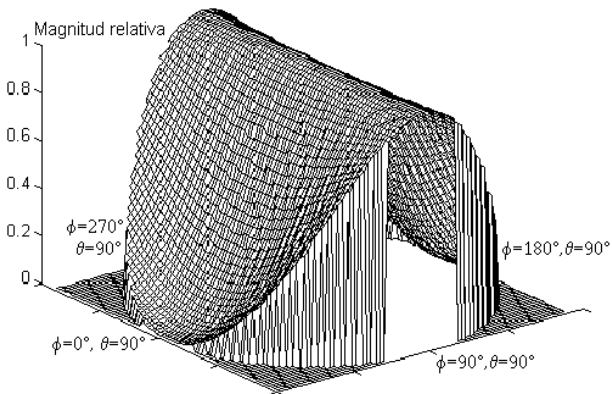


Figura 8.- Patrón de un dipolo horizontal, orientado en la dirección este-oeste.

Utilizando los resultados obtenidos en la Ec. (10), se determina el patrón de radiación total, el cual se muestra en la Fig. 9.

#### IV. Conclusiones.

Los programas desarrollados considerablemente facilitan el diseño de este tipo de antenas. En el caso de los arreglos planos rectangulares se ha desarrollado el algoritmo general que puede ser ampliado para considerar arreglos con diferentes excitaciones tanto en amplitud como en fase así como separación no uniforme entre elementos. El script orientado al diseño de la Cruz de Mills es muy útil por si mismo, pero al igual en el caso de los arreglos rectangulares, se está ampliando para incluir diversas variantes y ambos ser integrados al paquete general de diseño de arreglos de antenas [4,5].

El diseño presentado para la Cruz de Mills, resultó muy efectivo ya que al ser sintetizado a través del método de Taylor (un parámetro), permite la obtención de anchos de haz muy angostos en ambos planos. Su rendimiento es comparable o superior a otros arreglos con mucho mayor número de elementos [7,8].

Otro aspecto interesante en el cual se está trabajando es en el diseño de arreglos planos en tecnología de elementos impresos para la obtención de antenas inteligentes.

## Referencias:

- [1] C. A. Balanis, "Antenna Theory Analysis and Design", John Wiley, 1997.
- [2] Stutzman & G. A. Thiele, "Antenna Theory and Design", John Wiley, 1981.
- [3] R. E. Collin, "Antennas and Radiowave Propagation", Mc Graw-Hill, 1985.
- [4] T. A. Milligan, "Modern Antenna Design", Mc Graw-Hill, 1985.
- [5] Jose Luis Ramos q., Martin j. Martinez s, Gustavo a. Vega g., m. Susana Ruiz p., "Software for Calculating Radiation Patterns for Linear Antenna Arrays", WSEAS Transactions on Systems, Issue 2, Vol.1, April 2002, pp 238-243.
- [6] Jose Luis Ramos Q., Martin J. Martinez S, M. Susana Ruiz P., "Software for Synthesis of Radiation Patterns by Linnear Antenna Arrays", To be presented at WSEAS Multiconference in Skiathos sland, Greece, September 2002.
- [7] A. G. Pacholczyk, "Radioastrofísica", Editorial Reverté, S. A., 1979.
- [8] A. Carrillo, M. Guerrero, E. Andrade, "Radiotelecopio para Detectar el Centelleo Interplanetario de Fuentes de Radio Estelares", Congreso SOMI XII, San Luis Potosí, S.L.P., Mex., 1997, pp 368-372.