



SÍNTESIS DE PATRONES DE RADIACIÓN POR MEDIO DE ARREGLOS LINEALES DE ANTENAS

J. L. Ramos; M. J. Martínez; M. S. Ruiz; G. A. Vega.
Universidad de Guadalajara, Centro de Ciencias Exactas e Ingeniería (CUCEI)
Departamento de Electrónica
Av. Revolución 1500 puerta No. 10, Guadalajara, Jalisco C.P. 44840
Tel. (52)36-19-84-71 y (52)36-19-03-98

RESUMEN

En este trabajo se presentan las capacidades de un programa desarrollado para facilitar el proceso de diseño de arreglos lineales de antenas, mediante la implementación de varios algoritmos en matlab para sintetizar patrones de radiación. Se incluyen diversas técnicas clásicas para la síntesis de patrones de radiación con arreglos lineales de antenas, por ejemplo, el método de síntesis de Schelkunoff, la transformada y la serie de Fourier, etc. También se incluye en el software una técnica de optimización basada en el método del gradiente. Con este trabajo se espera enriquecer el material existente en este campo y que sea un apoyo tanto en el diseño profesional de arreglos de antenas, como en la enseñanza a nivel de posgrado y de licenciatura.

ABSTRACT

This paper presents the development of a software, as well as some results obtained for the synthesis of radiation pattern, using linear antenna arrays. Some classical techniques have been included such as Schelkunoff method, Fourier series and transform methods, Woodward-Lawson method, Taylor line-source methods. In all those cases, algorithms were developed and the results agree with the literature. In order to improve some characteristics of the radiation pattern, an algorithm based on the gradient method has been included for optimization.

1 INTRODUCCIÓN

Una antena simple produce un patrón con propiedades de radiación limitadas, sin embargo, utilizando un conjunto de antenas simples excitadas apropiadamente, es decir, un arreglo, es posible, en muchos casos, obtener características de radiación según requerimientos dados. En general, las características de radiación del arreglo son manejadas a través de la selección adecuada del elemento (dipolo, corneta, parche, etc.), la ubicación de cada una de éstos, y de la distribución de amplitud y fase de excitación de los mismos [1-4].

El tipo de arreglo que se utiliza en el programa desarrollado, está restringido a arreglos lineales que consisten de un conjunto de antenas acomodadas sobre una línea recta. En la Fig.-1 se muestra un arreglo lineal de N radiadores que debido a la geometría de dicho arreglo, el campo radiado es dependiente solo de la coordenada θ (independiente de ϕ) y de acuerdo al principio de multiplicación de patrones, el campo eléctrico en zona lejana producido por el arreglo es representado por [6]

$$E_q \approx E_{q1} \cdot AF \quad (1)$$

donde E_{q1} es el campo eléctrico producido por el elemento ubicado en el origen y AF se conoce como factor de arreglo, y está dado por

$$AF = \sum_{k=1}^N a_k e^{j(kd_k \cos\theta + \mathbf{b}_k)} \quad (2)$$

aquí a_k , \mathbf{b}_k , d_k , representan la amplitud, la fase de excitación, y la ubicación del elemento respecto al origen para el k -ésimo elemento. Dependiendo de la elección apropiada de estos parámetros es posible conseguir diversas características de radiación tales como: "broadside", "endfire", "orientadas", etc.

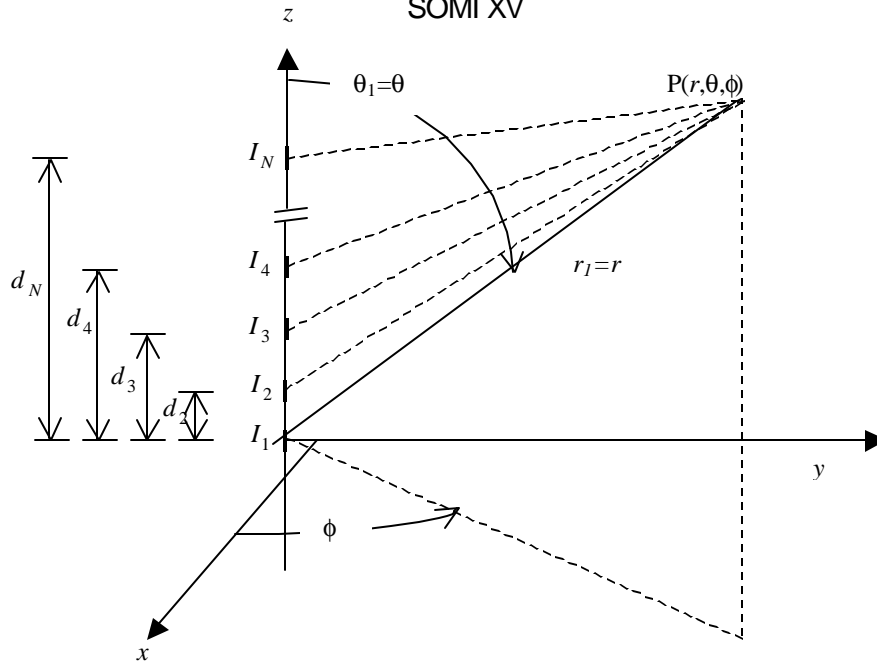


Figura 1.- Arreglo lineal de antenas.

Al proceso de obtener la ubicación y excitación de los elementos de un arreglo a partir de las características de radiación deseadas es llamado síntesis de un arreglo. En este trabajo se abordan diversas técnicas para sintetizar patrones de antenas orientadas a satisfacer requerimientos de: posición de nulos, distribución deseada o conformación de haz, ancho de haz y nivel de lóbulos laterales. Las técnicas descritas y para las cuáles se han desarrollado rutinas especiales, incluyen: El Método de Síntesis de Schelkunoff, el Método de la Transformada de Fourier, el Método de la Serie de Fourier, el Método de Woodward-Lawson, el Método de Taylor de error Tschebysheff y el Método de Taylor de un parámetro.

En términos generales, las diferentes técnicas de síntesis de patrones de radiación dan buenas aproximaciones a las características deseadas. Sin embargo, en la actualidad con el apoyo de las computadoras digitales es muy recomendable el uso de algoritmos orientados a la optimización de los resultados. En este trabajo se presenta un algoritmo diseñado para la optimización de los patrones de radiación, basado en el método del gradiente.

2 MÉTODO DE SÍNTESIS DE SCHELKUNOFF

Este método de síntesis es útil cuando se desea ubicar ciertos nulos en el factor de arreglo. El método requiere que se especifique la ubicación de los nulos y entonces se determina el número de elementos y su amplitud de excitación. Con la incorporación de mas elementos en el arreglo, se obtiene un mayor control sobre la forma del factor de arreglo [7].

Considerando un arreglo de N elementos con separación uniforme, amplitud no uniforme y fase progresiva ubicados desde el origen hacia z positiva. El factor de arreglo de la Ec. (2) se reduce a

$$AF = \sum_{n=1}^N a_n e^{j(n-1)(kd \cos q + b)} = \sum_{n=1}^N a_n e^{j(n-1)y} \quad (3)$$

donde a_n son las amplitudes de excitación de cada elemento, d es la distancia entre elementos, b es la fase progresiva, y

$$y = kd \cos q + b \tag{4}$$

Definiendo

$$z = x + jy = e^{jY} = e^{j(kd \cos q + b)} \tag{5}$$

entonces la Ec. (3) se puede escribir como un polinomio en z de grado $N - 1$,

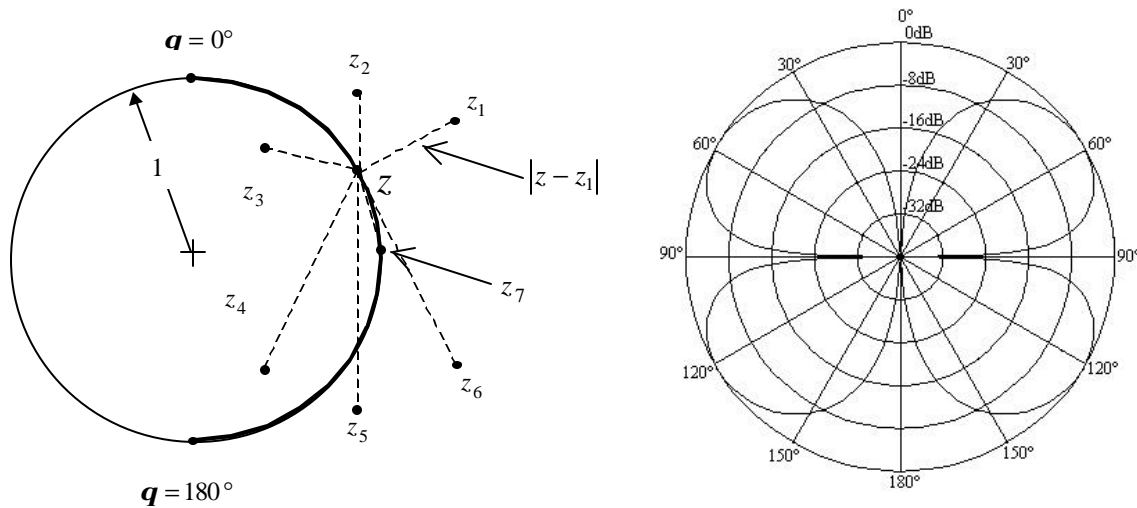
$$AF = a_n (z - z_1)(z - z_2)(z - z_3) \cdots (z - z_{N-1}) \tag{6}$$

donde $z_1, z_2, z_3, \dots, z_{N-1}$ son las raíces del polinomio. La magnitud de la Ec. (6) viene dada por

$$|AF| = |a_n| |z - z_1| |z - z_2| |z - z_3| \cdots |z - z_{N-1}| \tag{7}$$

De la Ec. (5) se observa que la magnitud de z es siempre uno, y el ángulo depende de d , b y q . En la Fig.-2a) se muestra marcado sobre un círculo unitario la región en la cual existen valores de z cuando q varía de 0° a 180° para el caso en que $d = 1/4$ y $b = 0^\circ$. A esta región se le llama región visible ya que son valores de z que pueden presentarse realmente, y al resto del círculo unitario se le llama región no visible.

En cualquier punto sobre la región visible en que se encuentre z , la magnitud del factor de arreglo es igual al producto de las distancias de tal punto a todas las raíces según lo indica la Ec. (7), de manera que si se desea que el factor de arreglo tenga una magnitud de cero en un punto dado, es decir, un nulo, sólo debe colocarse una raíz en tal punto. Una raíz fuera de la región visible no produce un nulo, pero sí interviene para determinar la amplitud del factor de arreglo en todos los demás puntos. Se desarrolló un algoritmo y se implementó en script para matlab incluido en "síntesis.m". Los resultados obtenidos coinciden plenamente con los presentados en la literatura [1,2]. En la Fig.-2b) se presenta la síntesis de un patrón con nulos en $q = 0^\circ$, $q = 90^\circ$ y $q = 180^\circ$ y una separación entre elementos de $d = 1/4$.



a) Región visible y colocación de raíces

b) Factor de arreglo sintetizado

Figura 3- Método de Schelkunoff para: $d = 1/4$, $b = 0^\circ$ y nulos en $q = 0^\circ$, $q = 90^\circ$ y $q = 180^\circ$.

3 SÍNTESIS DE UN FACTOR DE ESPACIO POR MEDIO DEL MÉTODO DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER

Este método de síntesis es útil para determinar la distribución de amplitud de una fuente en línea continua, pero puede ser adaptado para determinar la amplitud de excitación de un arreglo de antenas. La relación existente entre la excitación de una fuente en línea y el factor de espacio producido viene dada por [1,2,8].

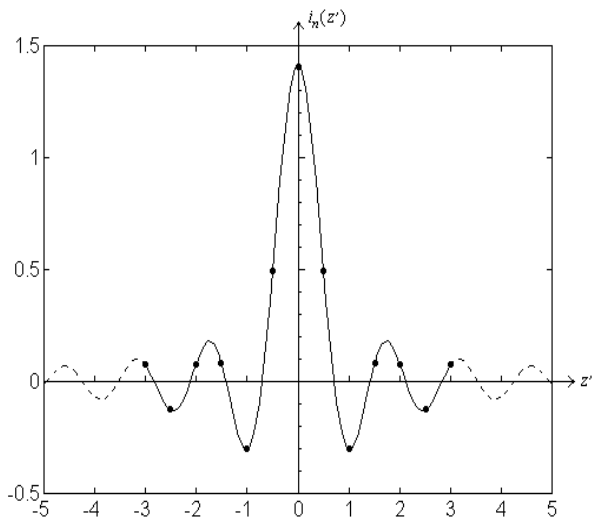
$$SF(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} i_n(z') e^{-juz'} dz' \tag{8}$$

Esta ecuación corresponde a la transformada de Fourier. Por otro lado, la transformada inversa de Fourier permite calcular la distribución de amplitud de la fuente en línea partiendo del factor de espacio deseado

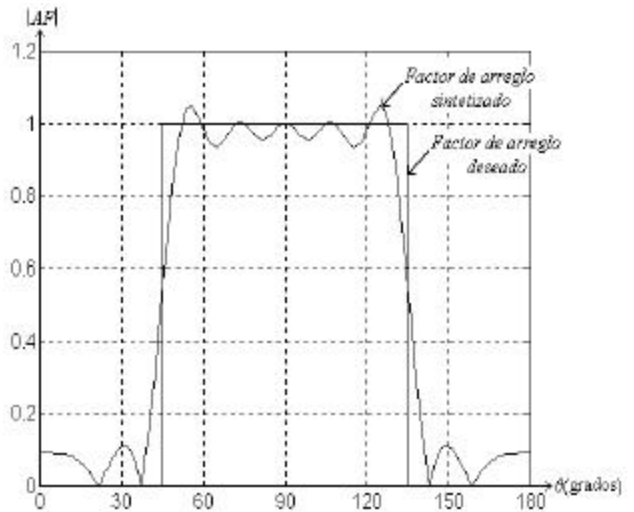
$$i_n(z') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} SF(u) e^{juz'} du \tag{9}$$

Se observa que la excitación de la fuente en línea resultante es, en general, de extensión infinita, por lo tanto, es necesario truncar el resultado, el factor de espacio obtenido no será exactamente igual al deseado, pero será mas aproximado mientras mas larga se elija la fuente en línea.

Una vez obtenida la excitación de una fuente en línea, es posible encontrar la distribución de amplitud para los elementos de un arreglo que produzca un factor de arreglo aproximado al patrón deseado, lo cual se realiza mediante un muestreo y asignando los valores a los elementos en el arreglo. En la Fig.-4a) se identifican los puntos tomados como muestras para un arreglo de 13 elementos ubicados simétricamente respecto al origen. En la Fig.-4b) se muestra la comparación entre el factor de arreglo deseado y el obtenido por este procedimiento. Para realizar esto, en el programa "síntesis" se debe elegir la siguiente secuencia de opciones a partir del menú principal: *Síntesis por aproximación a un factor de arreglo -> Método de la transformada de Fourier (Arreglo)*.



a) Muestreo de la fuente en línea.



b) Factor de arreglo sintetizado y deseado

Figura 4- Método de síntesis por la transformada de Fourier.

4 MÉTODO DE SÍNTESIS POR MEDIO DE LAS SERIES DE FOURIER

Otra alternativa para sintetizar un arreglo de antenas es pasar directamente del patrón deseado al cálculo del arreglo sin pasar por el proceso de muestreo, tal como en el método de síntesis por medio de la transformada de Fourier. Lo anterior da lugar al método de síntesis por medio de la serie de Fourier, el cual está desarrollado para factores de arreglo que tienen simetría respecto a $\mathbf{q} = 90^\circ$ [6]. Considerando un arreglo lineal con $2M+1$ elementos igualmente espaciados (número impar de elementos), ubicados simétricamente respecto al origen, y suponiendo que la amplitud de excitación de cada elemento es proporcional a C_n , con fase uniforme, entonces el factor de arreglo se puede expresar como

$$AF = \sum_{n=-M}^M C_n e^{jk(nd)\cos\mathbf{q}} \tag{10}$$

Escogiendo $C_n = C_{-n}$, es posible escribir

$$AF(v) = C_0 + \sum_{n=1}^M 2C_n \cos nv \tag{11}$$

donde

$$v = kd \cos\mathbf{q} \tag{12}$$

la cual es una serie coseno de Fourier truncada a $M+1$ términos con amplitudes desconocidas. Debido a que la fase de excitación es cero en todos los elementos, es posible sintetizar únicamente arreglos cuyo factor de arreglo sea simétrico respecto a $\mathbf{q} = 90^\circ$. Una vez especificado el patrón deseado los coeficientes C_n puede calcularse utilizando la ecuación

$$C_n = \frac{1}{l} \left[\frac{1}{2p} \int_{-kd}^{kd} AF_d(v) \cos nv \, dv \right] \tag{13}$$

El factor de arreglo sintetizado, por este método, con 13 elementos separados 0.5λ se muestra en la Fig.-5 en la cual también se muestra el factor de arreglo deseado. Para realizar esto en el programa "síntesis" es necesario elegir la siguiente secuencia: *Síntesis por aproximación a un factor de arreglo -> Método de la serie de Fourier (Arreglo)*.

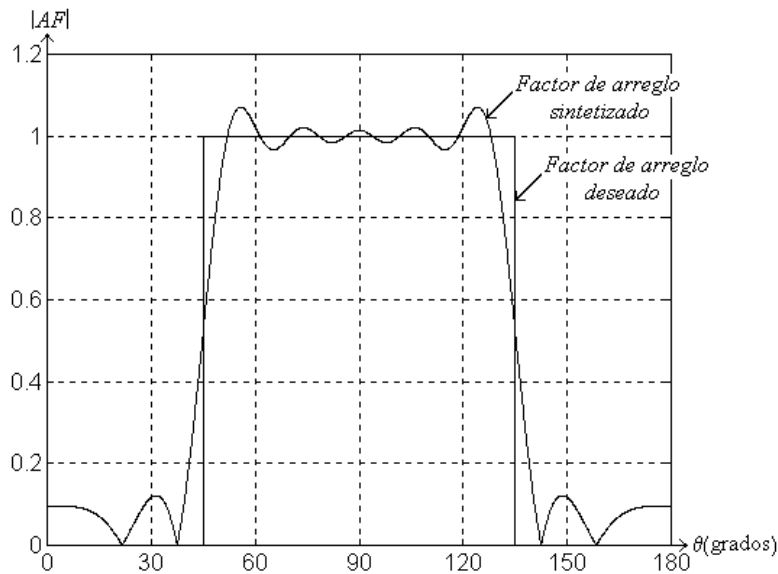


Figura. 5- Factor de arreglo sintetizado por el método de la serie de Fourier.

5 MÉTODO DE SÍNTESIS DE WOODWARD-LAWSON

El método de Woodward y Lawson [9] utiliza lo que se conoce como un formado de haz. La síntesis se lleva a cabo realizando un muestreo del patrón deseado en varias localidades discretas, y para cada muestra tomada, se define una excitación de amplitud uniforme y fase progresiva que contribuye con un patrón de la forma

$$AF_m = b_m \frac{\sin(N\mathbf{f}_m)}{N \sin(\mathbf{f}_m)} \quad (14)$$

el cual produce el lóbulo principal de magnitud b_m cuando $\mathbf{f}_m = 0$, y que se hace coincidir con cada punto muestreado. Estos puntos se escogen de manera que coincidan con los nulos producidos por los demás patrones. De esta forma, cada excitación de amplitud uniforme y fase progresiva contribuirá con un patrón cuyo lóbulo principal coincidirá con el patrón deseado. El patrón producido entre los puntos de muestreo no es controlado. Finalmente, la excitación final para cada elemento en el arreglo se obtiene aplicando superposición, es decir, sumando las excitaciones individuales obtenidas en el proceso anterior.

Para un arreglo de N elementos, el factor de arreglo total obtenido por la suma de varias excitaciones de amplitud uniforme y fase progresiva viene dado por

$$AF_n = \sum_{m=-M}^M b_m \frac{\text{sen}\left(\frac{N}{2}(kd \cos \mathbf{q} + \mathbf{b}_m)\right)}{N \text{sen}\left(\frac{1}{2}(kd \cos \mathbf{q} + \mathbf{b}_m)\right)} \quad (15)$$

donde b_m es la amplitud normalizada de la m -ésima excitación uniforme con una fase progresiva \mathbf{b}_m . M tiene un valor de $N/2$ cuando el número de elementos es par, y un valor de $(N-1)/2$ cuando el número de elementos es impar. Definiendo la fase progresiva como

$$\mathbf{b}_m = kd \cos \mathbf{q}_m \quad (16)$$

entonces el factor de arreglo en la Ec. (15) puede escribirse como

$$AF(\mathbf{q}) = \sum_{m=-M}^M b_m \frac{\text{sen}\left[\frac{N}{2}kd(\cos \mathbf{q} - \cos \mathbf{q}_m)\right]}{N \text{sen}\left[\frac{1}{2}kd(\cos \mathbf{q} - \cos \mathbf{q}_m)\right]} \quad (17)$$

Los coeficientes b_m coinciden con el factor de arreglo deseado cuando $\mathbf{q} = \mathbf{q}_m$, es decir

$$b_m = AF_d(\mathbf{q} = \mathbf{q}_m) \quad (18)$$

Cada término en la Ec. (17) tiene su máximo en un ángulo \mathbf{q}_m , es decir, el término m -ésimo tiene su máximo en $\mathbf{q} = \mathbf{q}_m$ y todos los demás términos tienen un valor de cero en ese punto de manera que no contribuyen en el factor de arreglo. Los ángulos donde se debe realizar el muestreo sobre el factor de arreglo que se pretende sintetizar viene dado de la Ec. (16) por

$$\mathbf{q}_m = \cos^{-1}\left(\frac{\mathbf{b}_m}{kd}\right) \quad (19a)$$

Además, definiendo

$$\mathbf{b}_m = m(\Delta \mathbf{b}) \quad (19b)$$

de manera que se tomen las fases progresivas separadas uniformemente, y estableciendo

$$\Delta \mathbf{b} = 2\mathbf{p}/N \quad (19c)$$

de manera que el incremento de la fase progresiva para cada muestreo resulte en un barrido total de 360° para \mathbf{b} , entonces

$$\mathbf{q}_m = \cos^{-1} \left[\frac{m\Delta \mathbf{b}}{(2\mathbf{p}/\mathbf{l})d} \right] = \cos^{-1} \left[\frac{m\mathbf{l}}{(2\mathbf{p}/\Delta \mathbf{b})d} \right] = \cos^{-1} \left(\frac{m\mathbf{l}}{Nd} \right) \quad (19d)$$

Por otro lado, los coeficientes de excitación normalizada para cada elemento del arreglo partiendo de los datos anteriores se encuentra que es

$$a_n = \frac{1}{N} \sum_{m=-M}^M b_m e^{-j(2pz_n' \cos q_m)} \quad (20)$$

donde z_n' es la posición del elemento n .

El factor de arreglo sintetizado por este método, con 10 elementos separados 0.5λ , se muestra en la Fig.-6 en la cual también se presenta el factor de arreglo deseado, así como los puntos de muestreo. Para realizar esto en el programa "síntesis" es necesario elegir la siguiente secuencia: *Síntesis por aproximación a un factor de arreglo -> Método de Woodward-Lawson (Arreglo)*.

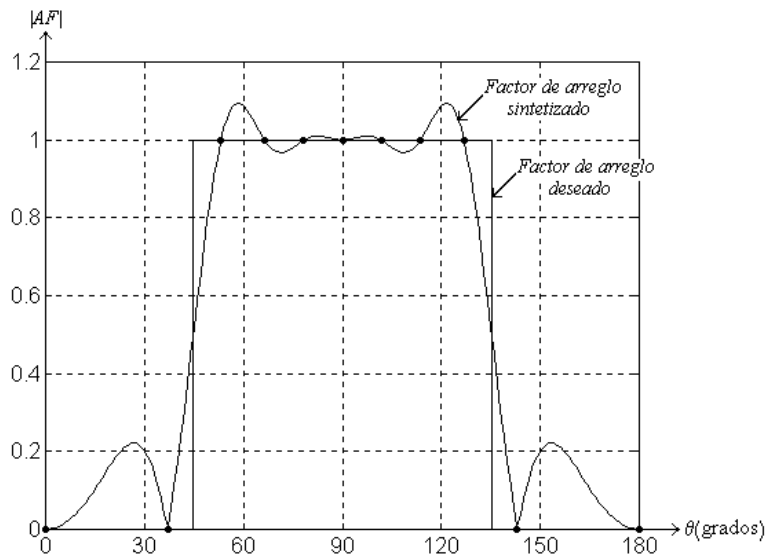


Figura 6- Factor de arreglo sintetizado por el método de Woodward-Lawson.

6 TÉCNICA DE SÍNTESIS DE TAYLOR (ERROR DE TSCHEBYSHEFF)

Esta técnica propuesta por T. T. Taylor [1] tiene la peculiaridad de producir un factor de espacio (o también un factor de arreglo) tipo broadside cuya relación de lóbulos puede ser elegido, además de que los lóbulos laterales decaen monótonicamente.

Taylor propuso una forma del factor de espacio que se parece a aquella producida por un arreglo Dolph-Tschebysheff, de ahí el término "error de Tschebysheff". La ecuación del factor de espacio propuesto por Taylor es el siguiente

$$SF(u, A, \bar{n}) = \prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left[\frac{1 - \left(\frac{u}{u_n}\right)^2}{1 - \left(\frac{u}{n\mathbf{p}}\right)^2} \right] \cdot \frac{\text{sen}(u)}{u} \quad (21)$$

El primer factor del lado derecho es una envolvente de la función seno cardinal. Expandiendo este factor se tiene

$$\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left[\frac{1 - \left(\frac{u}{u_n}\right)^2}{1 - \left(\frac{u}{n\mathbf{p}}\right)^2} \right] = \frac{1 - \left(\frac{u}{u_1}\right)^2}{1 - \left(\frac{u}{\mathbf{p}}\right)^2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{u}{u_2}\right)^2}{1 - \left(\frac{u}{2\mathbf{p}}\right)^2} \cdots \frac{1 - \left(\frac{u}{u_{\bar{n}-1}}\right)^2}{1 - \left(\frac{u}{(\bar{n}-1)\mathbf{p}}\right)^2} \quad (22)$$

donde

$$u = \mathbf{p} \frac{l}{\mathbf{I}} \cos \mathbf{q} \quad (23a)$$

Cuando $u = u_n$, en la Ec. (21), se producen ceros (nulos) de la función, mientras que cuando $u = n\mathbf{p}$ se obtienen polos de la función. u_n puede expresarse como

$$u_n = \mathbf{p} \frac{l}{\mathbf{I}} \cos \mathbf{q}_n \quad (23b)$$

donde \mathbf{q}_n es el ángulo en el cual se encuentran los nulos del factor de espacio.

El parámetro \bar{n} en las Ecs. (21) y (22) es un número entero que debe ser seleccionado de manera que una cantidad deseada de lóbulos menores se mantengan en una amplitud aproximadamente constante e igual a $1/R_0$, donde R_0 se proporciona como dato y corresponde a la relación de lóbulos deseado. Los lóbulos menores que responden a la descripción anterior son llamados lóbulos internos, mientras que los demás son llamados lóbulos externos los cuales se distinguen por tener una amplitud progresivamente decreciente.

Los lóbulos menores internos se dirigen hacia un ángulo \mathbf{q} que satisface la desigualdad

$$|u/\mathbf{p}| = \left| \frac{l}{\mathbf{I}} \cos \mathbf{q} \right| \leq \bar{n} \quad (24a)$$

es decir

$$|\cos \mathbf{q}| \leq \bar{n} \frac{\mathbf{I}}{l} \quad (24b)$$

Con el fin de que la transición entre los lóbulos internos y externos se realice de forma suave,

Taylor definió un parámetro \mathbf{s} como sigue

$$\mathbf{s} = \frac{\bar{n}}{\sqrt{A^2 + \left(\bar{n} - \frac{1}{2}\right)^2}} \quad (25)$$

Usando este parámetro, la ubicación de los nulos del factor de espacio se obtienen como sigue

$$u_n = \mathbf{p} \frac{l}{I} \cos \mathbf{q}_n = \begin{cases} \pm \mathbf{ps} \sqrt{A^2 + \left(n - \frac{1}{2}\right)^2} & 1 \leq n < \bar{n} \\ \pm n \mathbf{p} & \bar{n} \leq n \leq \infty \end{cases} \quad (26)$$

donde la constante A está relacionada con la relación de lóbulos como sigue

$$\cosh(\mathbf{pA}) = R_0 \quad (27)$$

Taylor demostró que la excitación normalizada de la fuente en línea correspondiente al factor de espacio de la Ec. (21) está dada por

$$I(z') = \frac{1}{l} \left[1 + 2 \sum_{p=1}^{\bar{n}-1} SF(p, A, \bar{n}) \cos \left(2\mathbf{pp} \frac{z'}{l} \right) \right] \quad (28)$$

Los coeficientes $SF(p, A, \bar{n})$ representan muestreos del patrón de Taylor, y estos pueden ser obtenidos a partir de la Ec. (21) con $u = \mathbf{pp}$.

Es posible muestrear la excitación de la fuente en línea para obtener los coeficientes de excitación de un arreglo lineal. En la Fig.-7 se muestra el factor de arreglo sintetizado por este método, con 11 elementos separados 0.5λ (longitud de la fuente en línea correspondiente de 5λ). Los parámetros elegidos fueron nivel de lóbulo lateral de 20 dB y una constante $\bar{n} = 2$. Para realizar esto en el programa "síntesis" es necesario elegir la siguiente secuencia: *Broadside y Enfire Mejorados* -> *Broadside tipo Taylor (error de Tschebysheff)*.

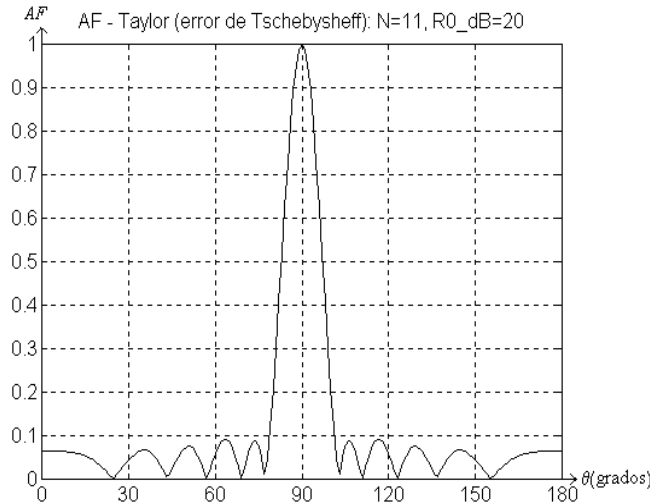


Figura 7- Magnitud del factor de arreglo sintetizado por el método de Taylor.

7 TÉCNICA DE SÍNTESIS DE TAYLOR (UN PARÁMETRO)

Este método es útil para generar un factor de espacio tipo broadside cuyos lóbulos menores siempre decaen conforme se alejan del lóbulo principal, esto contrasta respecto al factor de espacio producido por el método de Taylor (error de Tschebysheff) ya que en este último el nivel de los lóbulos menores internos se mantiene aproximadamente uniforme, mientras que sólo los lóbulos menores externos decaen monótonicamente.

El nivel de lóbulos se puede controlar a través de establecer el valor de un parámetro, el cual es el único valor que es posible manejar (a parte de la longitud de la fuente en línea) es por esta razón que se utiliza el término “un parámetro”.

Este método produce como resultado la excitación de una fuente en línea a partir de la especificación del nivel de lóbulos deseado y de la longitud de la propia fuente en línea.

La forma de la excitación propuesta por Taylor es [1]

$$I_n(z') = \begin{cases} J_0 \left[j\mathbf{pB} \sqrt{1 - \left(\frac{2z'}{l}\right)^2} \right] & -l/2 \leq z' \leq l/2 \\ 0 & \text{cualquier otro valor de } z' \end{cases} \quad (29)$$

donde J_0 es la función de Bessel de primer tipo de orden cero, l es la longitud total de la fuente en línea, y B es una constante que se determina según el valor del nivel de lóbulos deseado.

El factor de espacio se obtiene al sustituir la Ec. (29) en la Ec. (7) quedando

$$SF(\mathbf{q}) = \begin{cases} l \frac{\sinh \left[\sqrt{(\mathbf{pB})^2 - u^2} \right]}{\sqrt{(\mathbf{pB})^2 - u^2}}, & u^2 < (\mathbf{pB})^2 \\ l \frac{\sin \left[\sqrt{(\mathbf{pB})^2 - u^2} \right]}{\sqrt{(\mathbf{pB})^2 - u^2}} & u^2 > (\mathbf{pB})^2 \end{cases} \quad (30)$$

donde

$$u = \mathbf{p} \frac{l}{l} \cos \mathbf{q} \quad (31)$$

La desigualdad $u^2 < (\mathbf{pB})^2$ en la Ec. (30) representa la región cercana al lóbulo mayor. Los lóbulos menores se encuentran en la región $u^2 > (\mathbf{pB})^2$.

Cuando $u = 0$, es decir, cuando $\mathbf{q} = \mathbf{p}/2$, la altura del patrón es máxima, y su valor está dado por

$$SF(\mathbf{q})_{\max} = \frac{\sinh(\mathbf{pB})}{\mathbf{pB}} = H_0 \quad (32)$$

para $u^2 \gg (\mathbf{pB})^2$, el factor de espacio en la Ec. (30) está dado por

$$SF(\mathbf{q}) = \frac{\sin \left[\sqrt{u^2 - (\mathbf{pB})^2} \right]}{\sqrt{u^2 - (\mathbf{pB})^2}} \cong \frac{\sin(u)}{u} \quad u \gg \mathbf{pB} \quad (33)$$

el cual es idéntico al patrón de una distribución uniforme. La altura máxima del lóbulo lateral es $H_1 = 0.217233$ cuando $u = 4.494$. Usando la Ec. (32), se define el nivel del lóbulo lateral como sigue

$$\frac{H_1}{H_0} = \frac{1}{R_0} = \frac{0.217233}{\sinh(\mathbf{pB})/(\mathbf{pB})}$$

de donde

$$R_0 = \frac{1}{0.217233} \frac{\sinh(pB)}{(pB)} = 4.603 \frac{\sinh(pB)}{(pB)} \quad (34)$$

El parámetro B debe ser obtenido a partir de la Ec. (34) para eventualmente obtener la distribución de la fuente en línea usando la Ec. (29). Es posible muestrear la excitación de la fuente en línea para obtener los coeficientes de excitación de un arreglo lineal.

Considerando un arreglo de 11 elementos con una longitud total de 5λ para producir un factor de arreglo con una relación de lóbulos de 20 dB, el programa "síntesis" genera el factor de arreglo sintetizado mostrado en la Fig.-8. Para realizar esto es necesario elegir la siguiente secuencia: *Broadside y Enfire Mejorados* -> *Broadside tipo Taylor (un parámetro)*.

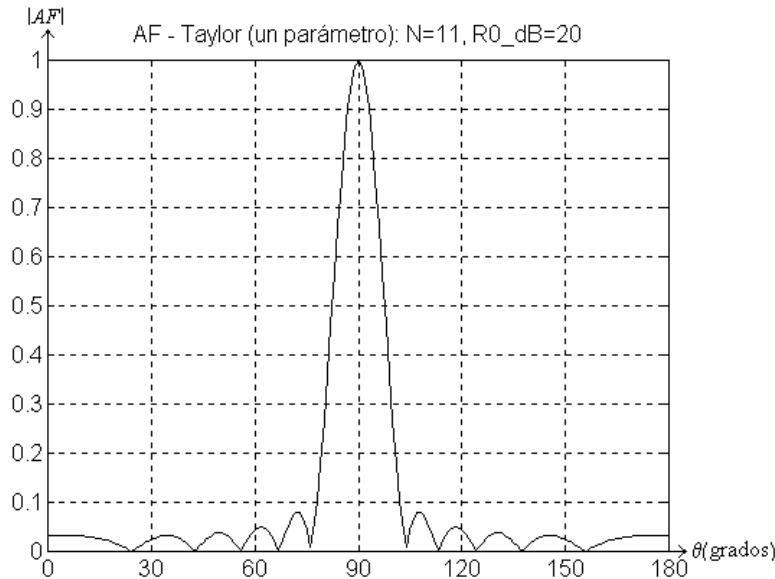


Figura 8- Factor de arreglo sintetizado por el método de Taylor (un parámetro).

8 OPTIMIZACIÓN POR MEDIO DEL MÉTODO DEL GRADIENTE

La optimización es un procedimiento en el cual, las variables que gobiernan el funcionamiento de un sistema son modificadas a partir de un diseño no óptimo, de forma que una o varias características del sistema sean mejoradas.

El procedimiento general para realizar un diseño óptimo, es como sigue [10]:

- 1- Se identifican las variables de las cuales depende el funcionamiento del sistema. A estas variables se les llama *variables de diseño*. Es común definir una matriz columna de la forma

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (35a)$$

cuyos elementos son las variables de diseño ubicadas en un orden específico.

- 2- Se define una función de costo

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (35b)$$

que refleja algunas características del sistema, que se desean maximizar o minimizar con el fin de lograr un diseño óptimo



Se identifican las restricciones del sistema, las cuales generalmente se plantean en forma de un conjunto de desigualdades de la forma

$$g_i(\mathbf{x}) \equiv g_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \leq 0 \quad \text{para} \quad 1 \leq i \leq m \quad (35c)$$

donde m es el número de restricciones.

- 3- Se elige un algoritmo para hacer una búsqueda de valores de las variables de diseño que eventualmente realice una minimización o maximización de la función de costo (en este trabajo se eligió el método de la máxima pendiente descendente ó método del gradiente).

Un aspecto importante a considerar en los problemas de optimización es el criterio de convergencia de la solución. El criterio de convergencia se puede establecer en base a la satisfacción de ciertas condiciones necesarias y suficientes. Estas condiciones tienen las características siguientes:

- Los puntos óptimos deben satisfacer las condiciones necesarias.
- Un punto que satisface las condiciones necesarias no es estrictamente un punto óptimo.
- Un punto candidato a ser óptimo que satisface una condición suficiente es de hecho un punto óptimo.
- Si las condiciones de suficiencia no pueden ser satisfechos, entonces no existe un punto óptimo en el sentido planteado en el problema de optimización.

En un problema de diseño óptimo para un sistema sin restricciones las condiciones necesarias y suficientes para un sistema con múltiples variables de diseño en la que se desea minimizar la función de costo, son:

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad (36)$$

Esta ecuación establece una condición necesaria para que \mathbf{x}^* sea una solución mínima. Una condición suficiente es

$$\mathbf{d}^T \cdot \mathbf{H}(\mathbf{x}^*) \cdot \mathbf{d} > 0 \quad (37)$$

para $\mathbf{d} \neq \mathbf{0}$, es decir, la matriz Hessiana $\mathbf{H}(\mathbf{x}^*)$. Aquí \mathbf{x} representa a la matriz columna de variables de diseño,

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) = \left[\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1} \quad \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_n} \right]^T \Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} \quad (38)$$

es el gradiente de la función $f(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*$, y $\mathbf{H}(\mathbf{x}^*)$ es definida como

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}^*) = \frac{\partial^2 f}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}} = \left[\begin{array}{cccc} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{array} \right] \Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} \quad (39)$$

Se desarrolló un script para *matlab* que realiza la optimización de algunas características de radiación del factor de arreglo utilizando el método del gradiente.

Básicamente el proceso es un ciclo de búsqueda del punto óptimo. Este valor óptimo puede ser un valor máximo o mínimo según la característica que se trata, es decir, el ancho de haz se minimiza, mientras que la directividad y la relación de lóbulos se maximiza. Se define un parámetro de convergencia llamada "epsilon" el cual determina el valor de la norma del vector gradiente considerada suficientemente cercana al cero de manera que se detenga el proceso de búsqueda. La rutina "gradient" evalúa el valor del gradiente necesaria para determinar la dirección de búsqueda del valor óptimo en cada iteración.

La rutina "saemarg" verifica que las características de radiación, que no se están optimizando, se mantengan dentro de cierto valor establecido en la entrada "margen". Otra rutina utilizada es "paso" la cual determina el avance que se debe aplicar, en cada iteración, para alcanzar el valor mínimo en la dirección de máxima pendiente negativa. Este mecanismo es el que le da nombre al método.

Se muestra el funcionamiento del método, optimizando un arreglo de 11 elementos sintetizado por el método de la serie de Fourier para obtener un factor de arreglo tipo pedestal con el centro en 90° y un ancho de 30°. El factor de arreglo inicial se muestra en la Fig.- 9a), y en la Fig.-9b) se presenta el factor de arreglo después de realizar la optimización para el ancho de haz. La restricción para la dirección fue de $\pm 10^\circ$ respecto a la dirección del haz principal original, 50% respecto a la directividad inicial y una relación de lóbulos de 15 dB como mínimo.

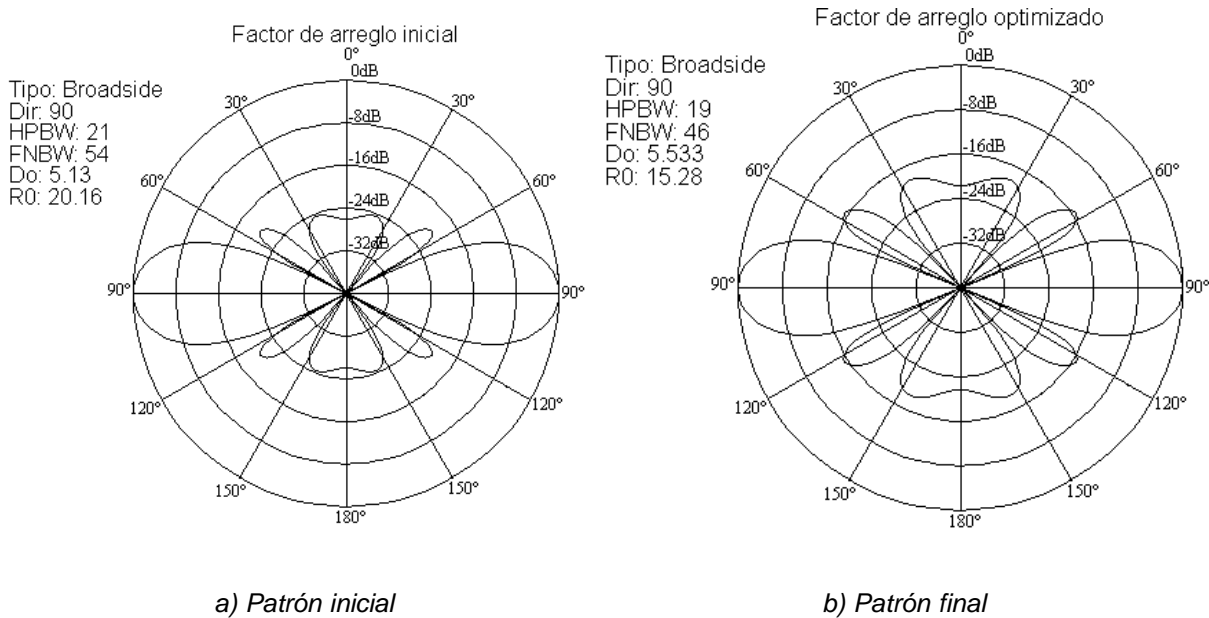
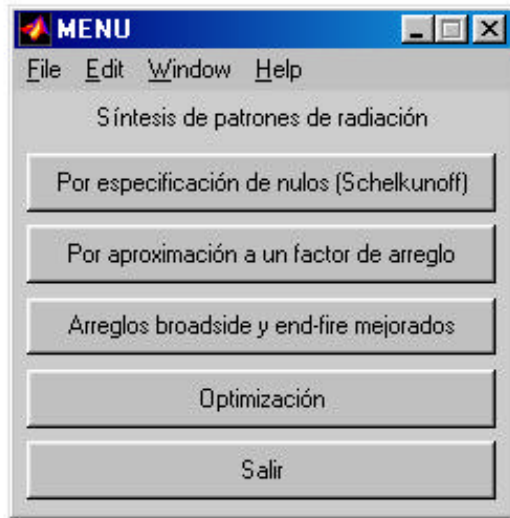


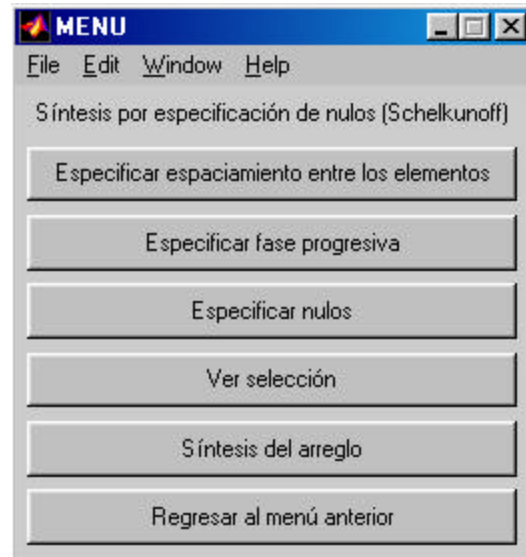
Figura 9- Optimización del factor de arreglo.

9 DESCRIPCIÓN DEL SOFTWARE

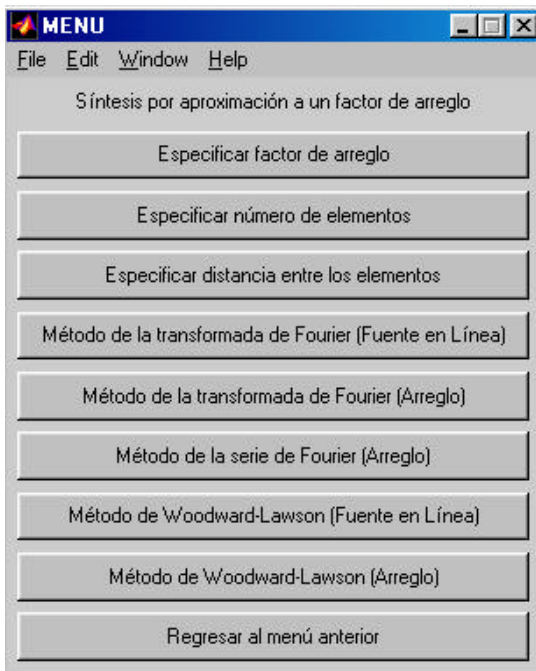
Para los diferentes métodos de síntesis se desarrollaron algoritmos de diseño y se trasladaron a scripts en matlab [11], los cuales fueron estructurados como rutinas para trabajarlos desde un programa principal. Para darle una mayor facilidad al usuario y una mejor presentación, las diversas opciones de diseño fueron estructuradas en menús. En la Fig.-10a), se muestra el menú para las opciones generales de síntesis y de optimización, en la Fig.-10b), se muestra el menú para el método de Schelkunoff, en la Fig.-10c), se presentan los métodos por aproximación a factor de arreglo y en la Fig.-10d) algunas de las técnicas mejoradas. Cada una de las opciones genera nuevos menús de alternativas o recepción de datos.



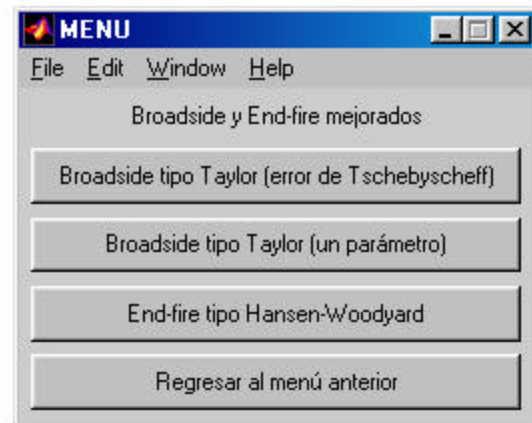
a) Menú general



b) Menú para el método de Schelkunoff



c) Menú para aproximación a factor de arreglo



d) Menú para técnicas mejoradas

Figura 10- Opciones de uso del programa "Síntesis.m".

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

La contribución más relevante de este trabajo es el desarrollo de software especializado para el diseño de patrones de radiación usando arreglo lineales de antenas, pues permite que investigadores y docentes puedan realizar diseños o probar diversas ideas de una manera mucho más rápida. Algunas ideas novedosas fueron desarrolladas en varios de los métodos de síntesis pues o no se encontraba de manera explícita en la literatura o resultaba más conveniente para su implementación algorítmica. La técnica de optimización incorporada también es novedosa ya que si bien el principio es ampliamente documentado, su aplicación a patrones de radiación no es de uso común.

Actualmente nos encontramos trabajando en varias vertientes. Por una parte, nos encontramos adecuando este software para fusionarlo con otro paquete desarrollado para el análisis de arreglos lineales de antenas el cual incluye múltiples opciones (arreglos uniformes, no uniformes, de separación variable, etc.). Por otra parte, estamos desarrollando algoritmos destinados a modelar otros elementos base además del dipolo (lazos, cornetas, parches, etc) para incorporarlos como elementos de diseño. Asimismo, se pretende ampliar los métodos de síntesis al caso en que los arreglos sean de separación no uniforme [9]. Consideramos que dado que la disponibilidad de software de este tipo es difícil por su costo, en un futuro cercano pondremos a disposición la humilde contribución para impulsar el desarrollo de este campo en México.

REFERENCIAS:

1. C. A. Balanis, *Antenna Theory Analysis and Design*, "Arrays: Linear, Planar, and Circular", "Antenna Synthesis and Continuous Sources", John Wiley, de 249-375, 1997.
2. W. L. Stutzman & G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, "Arrays", "Antenna Synthesis", John Wiley, 108-167, 520-550, 1981.
3. T. A. Milligan, *Modern Antenna Design*, Mc Graw-Hill, 1985.
4. J. L. Ramos, M. J. Martínez, Ma. Susana Ruíz, G. A. Vega, *Memorias del Congreso de Instrumentación SOMI XIII*, Sociedad Mexicana de Instrumentación, (Ensenada, B.C.), 560-565, 1997.
5. J. Ramos, G. Vega, M. Martínez, J. Hernández, M. Ruíz, *Memorias del Congreso de Instrumentación SOMI XI*, Sociedad Mexicana de Instrumentación, (Morelia, Mich.), 662-669, 1996.
6. R. E. Collin, *Antennas and Radiowave Propagation*, Mc Graw-Hill, 1985.
7. Y. U. Kim and R. S. Elliot, *IEEE Trans. On Antennas and Propagation*, **36**, 11 (1998), 1645-1649.
8. J.D. Kraus, *Antennas*, Mc Graw Hill, 1950.
9. P. M. Woodward and J. D. Lawson, *J. IEE*, **95**, 37 (1948), 363-370.
10. J. S. Arora, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill, pag. 104-, 1989.
11. Manuales de *matlab*, 2000.
12. J. L. Ramos, G. A. Vega, M. J. Martínez, *Memorias del Congreso de Instrumentación SOMI XII*, Sociedad Mexicana de Instrumentación (San Luis Potosí, S.L.P.), 748-754, 1997.